

## *Буріння свердловин*

УДК 622.24

### **СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СТЕНДОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗМІНИ ОСЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПРИ БУРІННІ ДОЛОТАМИ РІЗНИХ ТИПІВ**

**В. М. Мойсишин, О. Ю. Витязь, Я. М. Фем'як,  
А. І. Масьовський, Р. А. Жовнірук**

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;  
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;  
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

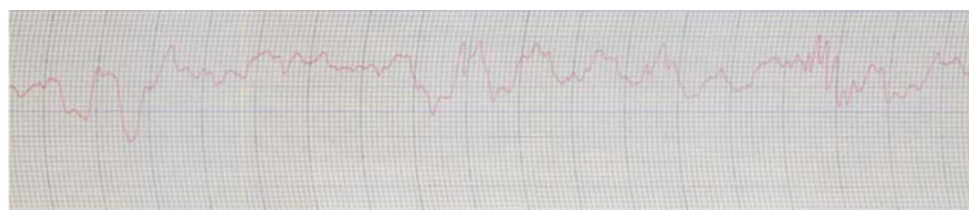
*За результатами стендових експериментальних досліджень зміни осьового навантаження на вибій свердловини при бурінні долотами різних типів встановлено, що миттєві значення осьового навантаження відповідають нормальному закону розподілу, а досліджуваний випадковий процес є стаціонарним і ергодичним. Це дає можливість під час аналізу внутрішньої структури осьової динамічної сили, яка є складовою загального осьового навантаження, використовувати тільки одну реалізацію запису зміни осьового зусилля на вибої свердловини.*

**Ключові слова:** *стендові експериментальні дослідження, осьове навантаження на долото, осьова динамічна сила, випадковий процес, нормальний закон розподілу, математичне сподівання, дисперсія, непараметрична гіпотеза, стаціонарність, ергодичність.*

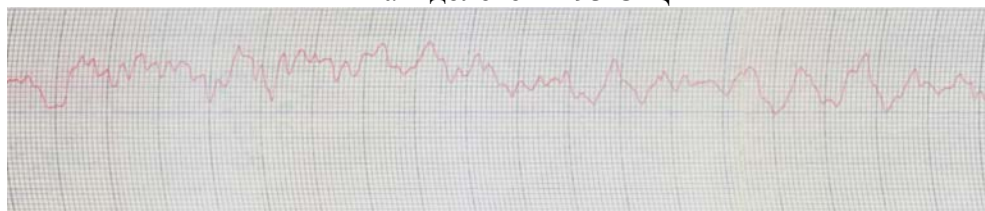
#### **Вступ**

Руйнування гірської породи під дією осьового навантаження на шарошкове долото – основний процес буріння нафтових та газових свердловин. На рис. 1 зображено записи процесу зміни осьового навантаження на долота різних типів під час буріння в граніті твердістю 3120 МПа.

За візуальним аналізом записів, зображених на рис. 1, можна стверджувати, що процес зміни в часі осьового навантаження відноситься до класу випадкових функцій, тобто функцій, які в результаті дослідження можуть прийняти той чи інший вигляд і їх значення точно спрогнозувати неможливо. Конкретний вигляд випадкової функції називається реалізацією.



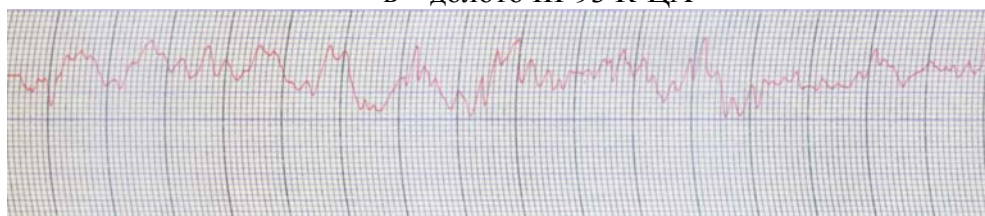
а – долото III-93 С-ЦА



б – долото III-93 Т-ЦА



в – долото III-93 К-ЦА



г – долото III-76 ОК-ЦА

Рис. 1. Записи процесу зміни в часі осьового навантаження на долота різних типів під час буріння в граніті твердістю 3120 МПа

В процесі аналізу випадкових функцій з використанням ЕОМ потрібно провести їх дискретизацію, тобто замінити неперервний процес зміни функції вибіркою дискретних її значень, які відділені один від одного інтервалом часу  $\Delta t=h$ . Величина цього інтервалу визначається поставленими під час аналізу процесу зміни випадкової функції завданнями.

#### **Постановка задачі дослідження**

Метою роботи є встановлення закону розподілу дискретних значень осьового навантаження на долото та стаціонарності і ергодичності процесу зміни осьової динамічної сили  $F_{дин}$  [6], одержаних при бурінні на стенді ІФНУНГ [5], трьохшарошковими долотами різних типів. Якщо за результатами аналізу буде встановлено, що випадковий процес зміни осьового навантаження на долоті та його похідної величини  $F_{дин}$ , є нормальним, стаціонарним і ергодичним, то це дозволить використо-

увати тільки одну реалізацію із загального ансамблю цього процесу, одержаного за результатами паралельних дослідів, для визначення кореляційної функції та спектральної щільності осьової динамічної сили.

### 1. Встановлення закону розподілу дискретних значень осьового навантаження на долото

В результаті дискретизації реалізацій процесу зміни осьового навантаження на долото утворюються вибірки миттєвих значень  $F_{oc}$ , найбільш універсальною характеристикою яких є закон розподілу, що в математичній формі виражає функцію розподілу ймовірностей або щільність розподілу ймовірностей. До таких законів розподілу відносять нормальний або закон Гауса, розподіл Релея, рівномірний розподіл та інші [1, 2, 3].

Найбільш поширеним та природним є нормальний закон розподілу Цей закон двопараметричний, тобто визначається тільки двома параметрами вибірки значень випадкової величини – середнім та дисперсією. Нормальний закон розподілу є найбільш вивченим. Він забезпечений детальними таблицями зі значеннями функції розподілу ймовірностей  $\Phi(t)$  та щільності розподілу ймовірностей  $f(t)$ .

Під час встановлення умов нормальності розподілу перевіряємо дві умови [6]. *Першу з них* подаємо у вигляді двох нерівностей:  $As < 3 \cdot \sigma_{As}$ ,  $Es < 3 \cdot \sigma_{Es}$ , де  $As$  – асиметрія;  $Es$  – ексцес;  $\sigma_{As}$ ,  $\sigma_{Es}$  – середні квадратичні відхилення асиметрії та ексцесу відповідно.

*Друга умова* – це статистична перевірка непараметричної гіпотези про відповідність емпіричного закону розподілу нормальному згідно критерію  $\chi^2$  (Пірсона).

Закон розподілу значень випадкової величини суттєво залежить від часової довжини реалізації. В табл. 1 наведено результати перевірки першої умови для шести реалізацій процесу зміни осьового зусилля на долоті різної часової довжини під час буріння долотом III-93 Т-ЦА в граніті за постійного режиму буріння (осьове статичне навантаження на долото – 25 кН, частота обертання долота – 82 хв<sup>-1</sup>, витрата промивальної рідини – 7 л/с) та параметрів бурильного інструменту (жорсткість – 400 кН/м, демпфування – 0,1 кН·с/м). В табл. 1  $n$  – це кількість дискретних миттєвих значень осьового навантаження на долото відповідної реалізації (об'єм вибірки).

Згідно табл. 1 часова довжина реалізації, для якої виконується перша умова відповідності експериментальних даних нормальному закону розподілу знаходиться в межах 2-4 с.

Для встановлення закону розподілу дискретних значень осьового навантаження на долото проведено чотири серії експериментальних досліджень за класичним планом (табл. 2, в якій  $C$  – жорсткість,  $\beta$  – демпфування бурильного інструменту).

Таблиця 1. Результати перевірки умов нормального розподілу за першою умовою вибірок миттєвих значень осьового навантаження різної часової довжини

№ реалізації	$n$	$h, c$	$T, c$	$\sigma_{F_{дин.1}}$ , Вольт	$M_3$ , Вольт <sup>3</sup>	$M_4$ , Вольт <sup>4</sup>	$A_S$ , $3\sigma_A$	$E_S$ , $3\sigma_E$
1	527	0,004	2,108	0,2370	0,0018	0,0075	0,135; 0,296	-0,623; 0,633
2	767	0,004	3,068	0,2278	0,0016	0,0070	0,135; 0,230	-0,400; 0,527
3	1017	0,004	4,068	0,2287	0,0013	0,007	0,109; 0,223	-0,441; 0,458
4	1267	0,004	5,068	0,2302	0,0014	0,007	0,115; 0,188	<u>-0,507;</u> <u>0,411</u>
5	1517	0,004	6,068	0,2313	0,0014	0,007	0,113; 0,188	<u>-0,554;</u> <u>0,376</u>
6	1867	0,004	7,468	0,2335	0,0008	0,007	0,063; 0,133	<u>-0,645;</u> <u>0,339</u>

Таблиця 2. План класичного експерименту

№ серії/ кількість паралельних дослідів	Постійні параметри					Змінний параметр
	$F_{ст}$ , кН	$n$ , хв <sup>-1</sup>	$\beta$ , кН·с/м	Порода, твердість $p_{ш}$ , МПа	$C$ , кН/м	Типорозмір долота
1/3	25	82	0,1	Граніт, 3120	6000	III-93 С-ЦА
2/3						III-93 Т-ЦА
3/3						III-93 К-ЦА
4/3						III-76 ОК-ЦА

В табл. 3 наведено результати перевірки першої умови відповідності експериментальних даних нормальному закону розподілу.

Згідно даних табл. 3 для всіх реалізацій процесу зміни осьового зусилля на долоті перша умова нормального закону розподілу виконується.

В табл. 4 наведено результати перевірки другої умови відповідності експериментальних даних нормальному закону розподілу.

За результатами перевірки двох умов відповідності емпіричного розподілу дискретних значень осьового навантаження на долото нормальному закону з ймовірністю 0,95 можна стверджувати, що емпіричний закон розподілу дискретних експериментальних значень осьового навантаження на долото, незалежно від типу трьохшарошкового долота, відповідає розподілу Гауса.

На рис. 2-5 зображено емпіричні закони розподілу дискретних експериментальних значень осьової динамічної сили, задані у вигляді гістограм, та відповідні цим гістограмам теоретичні криві нормального закону розподілу.

Таблиця 3. Результати перевірки відповідності експериментальних даних нормальному закону розподілу за першою умовою

№ серії/ реалізації	$n$	$h, c$	$T, c$	$\sigma_{F_{\text{дм.і}}}$ , Вольт або мм	$M_3$ , Вольт <sup>3</sup> або мм <sup>3</sup>	$M_4$ , Вольт <sup>4</sup> або мм <sup>4</sup>	$A_S$ , $3\sigma_A$	$E_S$ , $3\sigma_E$
1/1	91	0,04	3,64	4,3737	-9,491	1152,7	-0,113; 0,750	0,150; 1,451
1/2	73	0,04	2,92	4,6104	5,878	1057,6	0,06; 0,831	-0,637; 1,597
1/3	254	0,008	2,032	0,5341	0,0588	0,2608	0,386; 0,440	0,206; 0,902
2/1	501	0,004	2,004	0,4396	-0,0190	0,1043	-0,224; 0,325	-0,208; 0,649
2/2	242	0,008	1,936	0,4961	0,0125	0,1676	0,103; 0,459	-0,233; 0,924
2/3	250	0,008	2,0	0,5056	0,0193	0,1990	0,149; 0,459	0,045; 0,909
3/1	54	0,04	2,16	3,3486	8,98	315,3	0,239; 0,954	-0,494; 1,809
3/2	64	0,04	2,56	3,1710	-3,095	158,8	-0,097; 0,876	-1,429; 1,689
3/3	250	0,008	2,0	0,3863	-0,0012	0,0594	-0,021; 0,459	-0,334; 0,909
4/1	244	0,008	1,952	0,3920	0,0086	0,0685	0,143; 0,459	-0,100; 0,920
4/2	249	0,008	1,992	0,4198	0,0260	0,0975	0,352; 0,459	0,138; 0,911
4/3	240	0,008	1,92	0,4416	-0,022	0,1266	0,127; 0,459	-0,253; 0,927

Прим. 1. Значення у Вольтах одержано під час обробки записів  $F_{oc}$  з кроками дискретизації  $h=0,008 c$  і  $h=0,004 c$  та використанням інформаційного комплексу бурового стенду ІФНТУНГ [5].

Прим. 2. Значення в мм одержано під час ручної обробки з кроком дискретизації  $h=0,04 c$

Таблиця 4. Перевірка нульової непараметричної гіпотези нормального закону розподілу миттєвих значень осьового навантаження на долоті,  $\alpha=0,05$  і  $\nu=2$

№ серії/ реалізації	$n/k$	$\chi_{cn}^2$	$\nu$	$\chi_{\alpha,\nu}^2$	Перевірка умови $\chi_{cn}^2 < \chi_{\alpha,\nu}^2$	Висновок про гіпотезу $H_0 : F(x) \in \Omega$
1/1	91/8	10,49	5	11,07	Виконується	Підтверджена
1/2	73/7	6,53	4	9,49	Виконується	Підтверджена
1/3	254/8	5,41	5	11,07	Виконується	Підтверджена
2/1	501/9	9,02	6	12,59	Виконується	Підтверджена
2/2	242/8	9,39	5	11,07	виконується	підтверджена
2/3	250/8	2,09	5	11,07	виконується	підтверджена
3/1	54/7	2,27	4	9,49	виконується	підтверджена
3/2	64/7	3,39	4	9,49	виконується	підтверджена
3/3	250/8	7,57	5	11,07	виконується	підтверджена
4/1	244/8	5,21	5	11,07	виконується	підтверджена
4/2	249/8	2,69	5	11,07	виконується	підтверджена
4/3	240/8	10,06	5	11,07	виконується	підтверджена

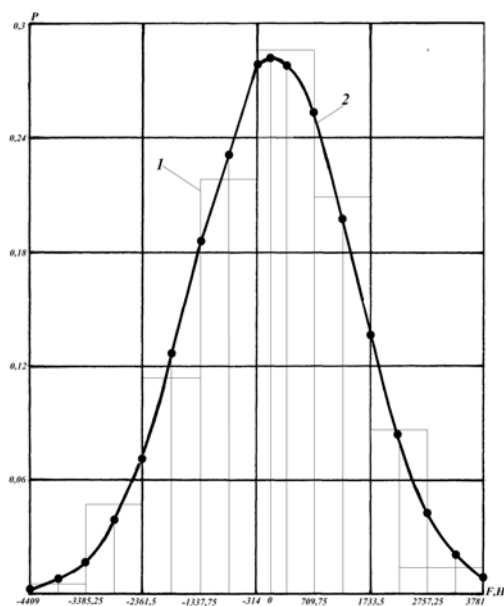


Рис. 2. Гістограма (1) та теоретична крива нормального закону розподілу (2) вибірки 1/3 миттєвих значень осьової динамічної сили на долоті III-93 С-ЦА

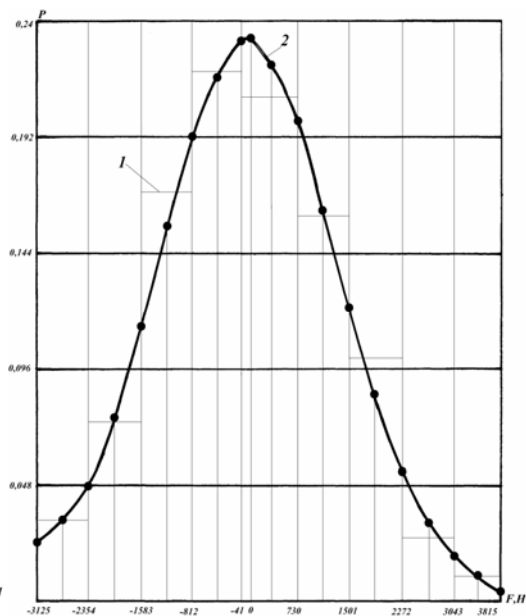


Рис. 3. Гістограма (1) та теоретична крива нормального закону розподілу (2) вибірки 2/1 миттєвих значень осьової динамічної сили на долоті III-93 Т-ЦА

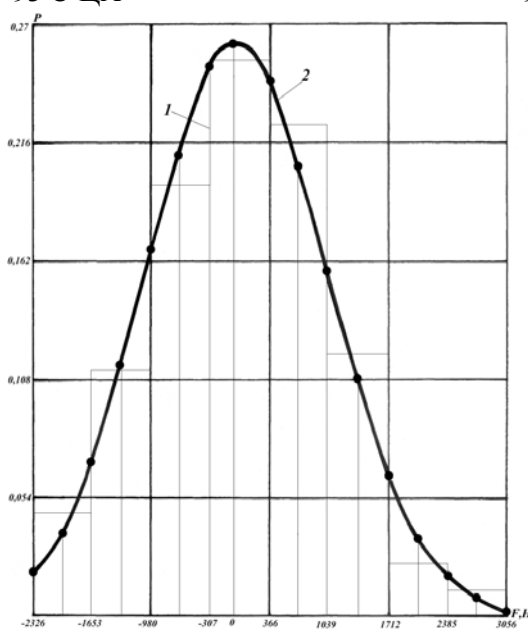


Рис. 4. Гістограма (1) та теоретична крива нормального закону розподілу (2) вибірки 3/3 миттєвих значень осьової динамічної сили на долоті III-93 К-ЦА

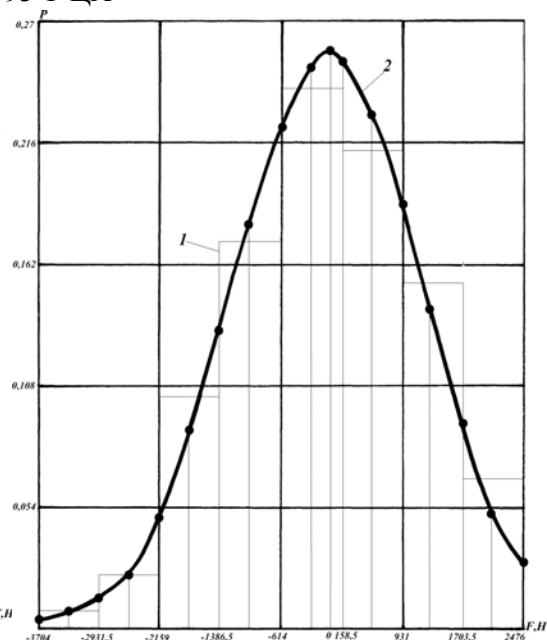


Рис. 5. Гістограма (1) та теоретична крива нормального закону розподілу (2) вибірки 4/2 миттєвих значень осьової динамічної сили на долоті III-76 ОК-ЦА

Згідно рис. 2-5 та за результатами статистичної перевірки непараметричної гіпотези про відповідність емпіричного закону розподілу нормального згідно критерію  $\chi^2$  (див. табл. 4) емпіричний розподіл значень осьової динамічної сили задовільно вирівнюється теоретичною кривою нормального закону розподілу, а відхилення між ними – це наслідок випадкової похибки під час визначення експериментальних значень  $F_{дин}$ .

## 2. Перевірка умов стаціонарності процесу зміни осьового навантаження на долото

Всі випадкові функції(процеси) поділяються на два класи: стаціонарні та нестаціонарні. Стаціонарні процеси описуються простими характеристиками і є більш дослідженими у порівнянні з нестаціонарними. У зв'язку з цим на практиці широке застосування отримала теорія стаціонарних випадкових функцій. Візуально ці функції мають вигляд неперервних випадкових коливань навколо деякого середнього значення. Основними характеристиками такої випадкової функції є математичне сподівання  $m_x(t)$ , дисперсія  $D_x(t)$  і кореляційна функція  $K_x(t, t')$  [1].

Перша умова стаціонарності – постійність математичного сподівання:

$$m_x(t) = m_x = const.$$

Ця умова не є суттєвою, оскільки завжди можна перейти від випадкової функції  $X(t)$  до сцентрованої випадкової функції  $\dot{X}(t)$ , для якої математичне сподівання рівне нулю ( $m_x(t) = 0 = const$ ), тобто є величиною постійною і відповідає першій умові стаціонарності. До сцентрованих випадкових процесів відноситься і процес зміни осьової динамічної сили.

Друга умова стаціонарності – це умова постійності дисперсії випадкової функції:

$$D_x(t) = D_x = const.$$

Методику перевірки цієї умови за критерієм Фішера наведено в [4, 5, 6].

Третя умова – це незалежність кореляційної функції від положення  $t$  на осі абсцис, а її величина залежить тільки від проміжку  $\tau$  між першим та другим аргументами, тобто значення функції не повинно залежати від конкретного значення часу по осі  $t$ , де вибрана ділянка  $\tau$ , а тільки від довжини цієї ділянки:

$$K_x(t, t + \tau) = K_x(t_1, t_1 + \tau).$$

Для сцентрованої випадкової функції третя умова стаціонарності має вигляд:

$$K_x(\tau) = M[\dot{X}(t)\dot{X}(t + \tau)].$$

За цією умовою потрібно визначити значення  $K_x(\tau)$  для декількох різних (не менше п'яти) значеннях часу  $t$  за однакового значення ділянки по осі часу  $\tau$ . Для одержаної вибірки значень  $K_x(\tau)$  визначити статистичні характеристики, перевірити наявність артефактів та приналежність значень вибірки до однієї генеральної сукупності, тобто встановити, що відмінність між цими значеннями спричинена випадковою похибкою.

### 2.1 Перевірка другої умови стаціонарності процесу зміни осьової динамічної сили на долоті

Результати перевірки другої умови стаціонарності чотирьох серій експериментальних досліджень наведено у табл. 5.

Таблиця 5. Перевірка нульових гіпотез про рівність дисперсій вибірок,  $\alpha=0,02$

№ серії/ реалізації	$D_{F_j}$ , $H^2$	$n$	Перевірка умови $F_{cn} < F_{kp}$	Висновок про гіпотезу $H_0: D_{F_j} = D_{F_k} (j \neq k)$
Перша серія				
1/1	3703471	91	1,11 < 1,68	Підтверджена
1/2	4115045	73		
1/1	3703471	91	1,27 < 1,48	Підтверджена
1/3	2916282	254		
1/2	4115045	73	1,41 < 1,52	Підтверджена
1/3	2916282	254		
Друга серія				
2/1	2142882	501	1,10 < 1,3	Підтверджена
2/2	2366249	242		
2/1	2142882	501	1,22 < 1,3	Підтверджена
2/3	2606806	250		
2/2	2366249	242	1,10 < 1,3	Підтверджена
2/3	2606806	250		
Третя серія				
3/1	2170856	54	1,11 < 1,84	Підтверджена
3/2	1946667	64		
3/1	2170856	54	1,48 < 1,60	Підтверджена
3/3	1463005	250		
3/2	1946667	64	1,33 < 1,56	Не підтверджена
3/3	1463005	250		
Четверта серія				
4/1	1501826	244	1,08 < 1,36	Підтверджена
4/2	1621782	249		
4/1	1501826	244	1,20 < 1,36	Підтверджена
4/3	1805622	240		
4/2	1621782	249	1,11 < 1,36	Підтверджена
4/3	1805622	240		



За результатами перевірки нульових гіпотез про рівність дисперсій вибірок миттєвих значень осьової динамічної сили реалізацій паралельних дослідів, які відносяться до однієї серії, з ймовірністю 0,98 можна стверджувати, що відхилення між значеннями дисперсій вибірок обумовлені випадковою похибкою, тобто ці всі вибірки належать до однієї генеральної сукупності і друга умова стаціонарності виконується для всіх серій експериментальних досліджень.

### 2.2 Перевірка третьої умови стаціонарності процесу зміни осьової динамічної сили на долоті

Третя умова стаціонарності випадкового процесу зміни осьового навантаження на долоті – це незалежність кореляційної функції  $K_F(t, t + \tau)$ , визначеної для декількох перерізів однієї реалізації цього процесу від положення  $t$  на осі абсцис, тобто  $K_F(t, t + \tau) = K_F(t_1, t_1 + \tau) = K_F(t_2, t_2 + \tau)$  (рис. 6).

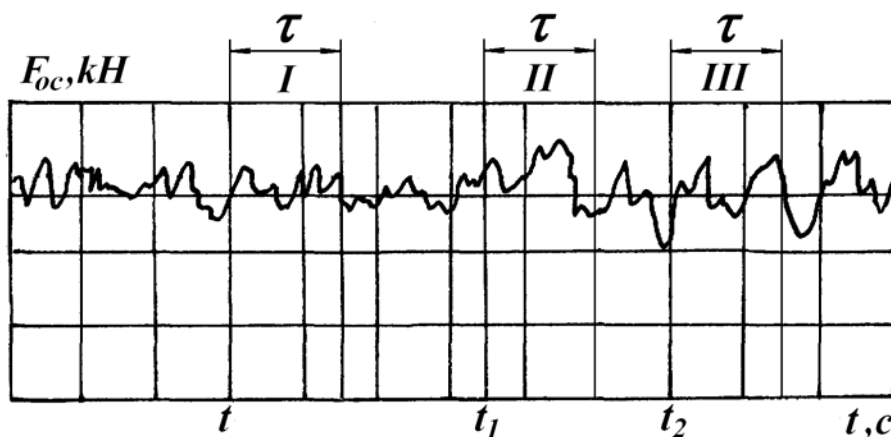


Рис. 6. Реалізація процесу зміни осьового зусилля на долоті з трьома ділянками визначення кореляційної функції

Згідно [2] для підтвердження третьої умови стаціонарності випадкового процесу достатньо визначити інтервальні значення кореляційної функції  $\Delta K_F$  або інтервальні значення нормованої кореляційної функції  $\Delta \rho_F$  для декількох (як правило не менше п'яти) різних значень  $t$  при однаковому значенні кроку зсуву  $\tau$ . Їх величини практично не повинні відрізнятись одна від іншої, тобто відмінність між ними повинна виникати тільки внаслідок випадкової похибки визначення кореляційної функції.

Для перевірки третьої умови стаціонарності пропонується наступна методика:

1. Формується вибірка з об'ємом  $n$  ( $n \geq 5$ ) інтервальних значень нормованої кореляційної функції  $\Delta \rho_{F_i}$ .

2. Для цієї вибірки визначаються статистичні характеристики – середнє вибіркоче, вибіркоче дисперсія та вибіркоче середнє квадратичне відхилення за наступними формулами:

$$\Delta\bar{\rho}_F = \frac{\sum_{i=1}^{n^{(i)}} \Delta\rho_{F,i}}{n}; \quad D_\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\rho_{F,i} - \Delta\bar{\rho}_F)^2}{n-1}; \quad \sigma_\rho = \sqrt{D_\rho}.$$

3. Визначення інтервалу, за межами якого перебувають артефакти.

Інтервал  $(\Delta\bar{\rho}_F - \delta, \Delta\bar{\rho}_F + \delta)$  визначається величиною  $\delta$ , яку знаходимо за формулою:

$$\delta = t_{кр} \cdot \sigma_\rho \sqrt{\frac{n+1}{n}},$$

де  $t_{кр}$  – критична точка розподілу Стюдента за прийнятої надійності  $\gamma = 1 - \alpha$ ,  $\alpha$  – рівень значущості для визначення артефактів (прийmemo  $\alpha = 0,1$ ).

Всі значення вибірки, які перебувають за межами інтервалу, вважаються артефактами, тобто не входять разом з іншими значеннями вибірки до однієї генеральної сукупності.

В табл. 6 наведено межі часового інтервалу  $(t, t')$  тривалістю  $\tau = 0,04$  с та значення нормованої кореляційної функції  $\Delta\rho_F$  в цьому інтервалі.

Таблиця 6. Межі часового інтервалу  $(t, t')$  та значення нормованої кореляційної функції  $\Delta\rho_F$  в цьому інтервалі

№ серії/реалізації	1/3	$(t, t')$ , с	0,2-0,24	0,32-0,36	0,68-0,72	0,8-0,84	1,08-1,12
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,098	0,105	0,102	0,1	0,104
		$(t, t')$ , с	1,28-1,32	1,52-1,56	1,96-2,0		
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,1	0,113	0,092		
	2/2	$(t, t')$ , с	0,08-0,12	0,16-0,2	0,24-0,28	0,6-0,64	0,72-0,76
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,258	0,263	0,246	0,243	0,25
		$(t, t')$ , с	0,76-0,8	0,84-0,88	1,0-1,04		
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,233	0,255	0,229		
	3/3	$(t, t')$ , с	0,28-0,32	0,68-0,72	0,92-0,96	1,16-1,2	1,44-1,48
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,15	0,162	0,156	0,143	0,159
		$(t, t')$ , с	1,8-1,84	1,92-1,96			
		$\Delta\rho_{F_i}$	0,162	0,152			
4/2	$(t, t')$ , с	0,12-0,16	0,4-0,44	0,68-0,72	1,32-1,36	1,36-1,4	
	$\Delta\rho_{F_i}$	0,06	0,069	0,064	0,059	0,06	
	$(t, t')$ , с	1,6-1,64	1,8-1,84				
	$\Delta\rho_{F_i}$	0,058	0,055				

В табл. 7 наведено результати статистичної перевірки третьої умови стаціонарності вибірок інтервальних значень нормованої кореляційної функції, наведених у табл. 6.

Таблиця 7. Статистичні характеристики вибірок інтервальних значень нормованої кореляційної функції

№ серії/ реалізації	$\Delta\bar{\rho}_F$	$D_\rho$	$\sigma_\rho$	$t_{кр}$	$\delta$	$(\Delta\bar{\rho}_F - \delta, \Delta\bar{\rho}_F + \delta)$
1/3	0,1017	0,000037	0,0061	1,895	0,0115	0,0902-0,1132
2/2	0,2471	0,0001	0,0119	1,895	0,0239	0,2232-0,271
3/3	0,1549	0,000049	0,007	1,943	0,0145	0,1404-0,1694
4/2	0,0607	0,000021	0,0045	1,943	0,0093	0,0514-0,07

Згідно наведених вище обчислень з ймовірністю 0,9 можна стверджувати, що відмінності між значеннями нормованої кореляційної функції всіх чотирьох серій зумовлені випадковою похибкою, тобто третя умова стаціонарності підтверджується.

Процес зміни осьової динамічної сили на долоті стаціонарний і не залежить від типу шарошкового долота.

### 3. Перевірка ергодичності процесу зміни осьової динамічної сили

Випадкову стаціонарну функцію (процес) називають ергодичною, якщо її реалізації мають однакові статистичні характеристики. Для стаціонарних ергодичних випадкових процесів статистичні характеристики, що одержані усередненням за ансамблем реалізацій, можуть бути знайдені усередненням по часу однієї реалізації, яка є представником цього процесу.

Математичне сподівання ергодичного процесу

$$m_{x.ep} = M(X)_{ep} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \lim_{T \rightarrow \infty}$$

де  $T$  – довжина (тривалість в часі) реалізації.

Кореляційна функція (КФ) ергодичного процесу

$$K_{x.ep}(\tau) = M(\dot{X}(t)\dot{X}(t+\tau)) \approx \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \dot{x}(t)\dot{x}(t+\tau) dt.$$

В інтервалі кореляції  $\tau \rightarrow 0$  з формули кореляційної функції одержимо вираз дисперсії ергодичного процесу

$$D_{x.ep} = M(\dot{X}(t))^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (\dot{x}(t))^2 dt.$$

Математичне сподівання ергодичного стаціонарного процесу можна звести до нуля центруванням, внаслідок якого процес зміни осьового навантаження на долоті перетворюється в процес зміни осьової динамічної сили. За наведеними вище формулами дисперсія є частин-

ним випадком кореляційної функції, тобто основною статистичною характеристикою ергодичного стаціонарного процесу є кореляційна функція.

Нормальний випадковий процес завжди є стаціонарним. Ергодичний процес також завжди є стаціонарним, тобто нормальний ергодичний процес завжди стаціонарний. Основна ознака ергодичного процесу – наближення до нуля кореляційної функції при збільшенні  $\tau$ . Наявність ділянок від'ємних значень кореляційної функції – це ознака коливного характеру випадкового процесу, який представлений цією реалізацією.

Під час побудови графіків нормованих КФ за рекомендаціями, наведеними в [1], використовуємо не всі значення функції, а тільки декілька характерних (8-10) точок, взятих по довжині реалізацій, які, в достатній мірі, характеризують їх процес зміни в часі.

Згідно [1, 2] одною із основних ознак ергодичності випадкової функції є наближення до нуля її кореляційної функції при збільшенні величини  $\tau$ . За рис. 8-11 можна стверджувати, що ця ознака ергодичності підтверджується для всіх серій експериментальних досліджень. Згідно [2] нормальний стаціонарний процес, яким є процес зміни осьової динамічної сили на долоті, і кореляційна функція якого із збільшенням величини  $\tau$  наближається до нуля, є також і ергодичним, тобто всі його статистичні характеристики можна встановити за результатами аналізу тільки однієї реалізації.

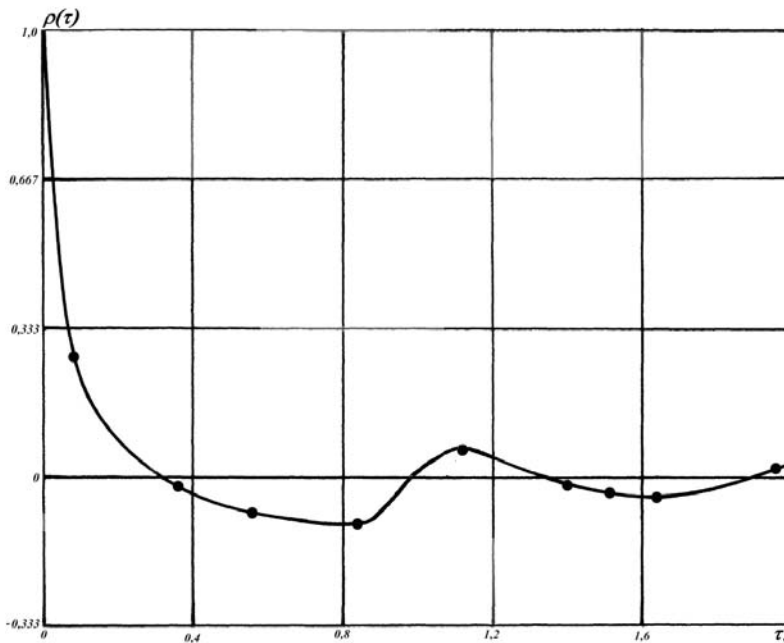


Рис. 8. Графік нормованої кореляційної функції реалізації 1/3 зміни осьового зусилля на долоті (третій дослід першої серії)

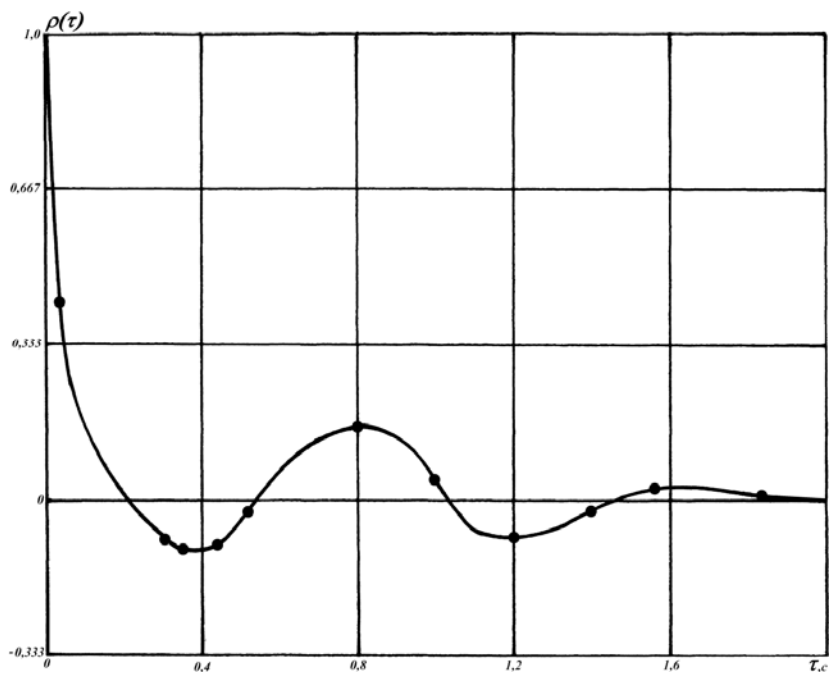


Рис. 9. Графік нормованої кореляційної функції реалізації 2/2 зміни осьового зусилля на долоті (другий дослід другої серії)

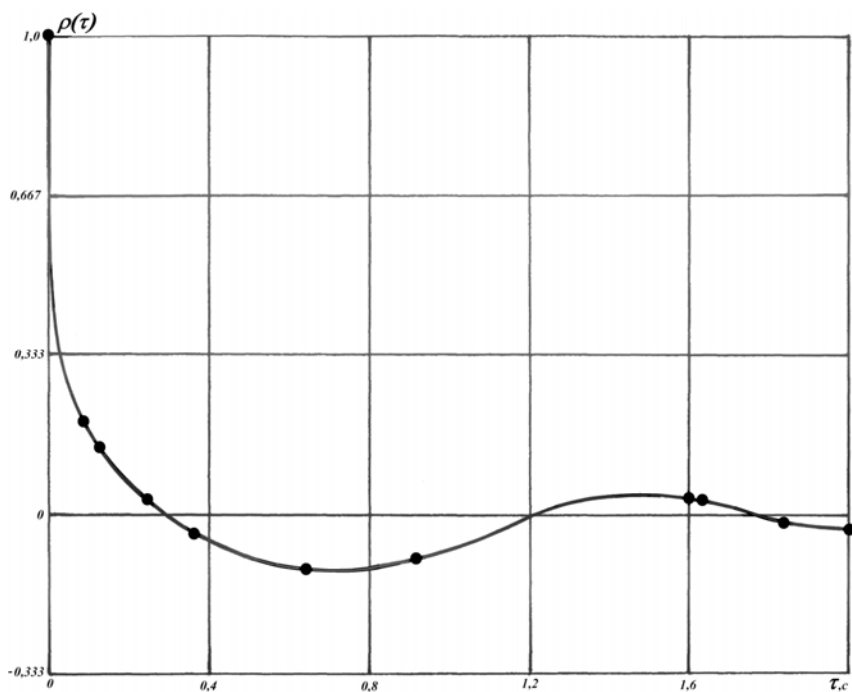


Рис. 10. Графік нормованої кореляційної функції реалізації 3/3 зміни осьового зусилля на долоті (третій дослід третьої серії)

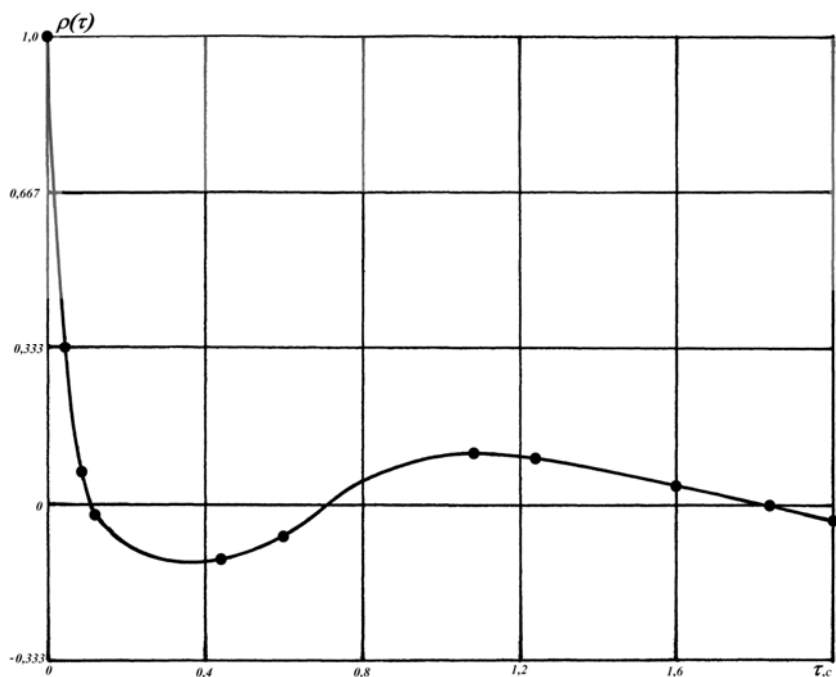


Рис. 11. Графік нормованої кореляційної функції реалізації 4/2 зміни осьового зусилля на долоті (другий дослід четвертої серії)

### Висновки

1. Порівняння емпіричного закону розподілу дискретних значень вибірок реалізацій випадкової функції, заданого гістограмою, з теоретичним розподілом нормального закону здійснювалось за двома умовами. Перша з них має вигляд нерівностей:  $As < 3 \cdot \sigma_{As}$ ;  $Es < 3 \cdot \sigma_{Es}$ , а друга – це статистична перевірка непараметричної гіпотези про відповідність емпіричного закону розподілу нормальному згідно критерію Пірсона.

2. За результатами порівняння емпіричного та теоретичного законів розподілу дискретних значень вибірок реалізацій випадкової функції встановлено, що незалежно від типу долота емпіричні закони розподілу процесу зміни осьового навантаження на долоті з ймовірністю 0,95 відповідають нормальному закону.

3. За результатами перевірки умов стаціонарності випадкового процесу зміни осьового навантаження на долото  $F_{oc}$  чотирьох серій експериментальних досліджень, проведених з використанням доліт різних типів, можна з ймовірністю 0,95 стверджувати, що розглядуваний випадковий процес є стаціонарним.

4. Досліджуваний випадковий процес є ергодичним. Аналіз графіків нормованих кореляційних функцій реалізацій 1/3, 2/2, 3/3 і 4/2 дозволяє стверджувати, що зі збільшенням величини зсуву  $\tau$  зна-

чення функцій зменшуються, наближаючись до нуля. Для випадкового процесу зміни осьової динамічної сили на долоті в реалізаціях відсутня постійна складова, а сам процес має коливний характер.

Зазначені висновки є підставою для використання тільки однієї реалізації запису процесу зміни  $F_{oc}$  під час аналізу внутрішньої структури осьової динамічної сили, яка визначається за графіком спектральної щільності.

### *Література*

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
2. Мэнли Р. Анализ и обработка записей колебаний / Р. Мэнли. – М., 1972. – 368 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. школа, 1979. – 400 с.
4. Герасимович А.И. Математическая статистика / А.И. Герасимович, Я.И. Матвеева. – Мн.: Вышэйш. школа, 1978. – 200 с.
5. Стійкість і коливання бурильної колони / В.М. Мойсишин, Б.Д. Борисевич, Ю.Л. Гаврилів, С.А. Зінченко. – Івано-Франківськ: Лілея-НВ, 2013. – 590 с.
6. В.М. Мойсишин Статистичний аналіз результатів стендових експериментальних досліджень зміни осьової сили при бурінні долотом III 93С / В.М. Мойсишин, О. М. Лисканич, А. І. Масьовський // Прикарпатський вісник наукового товариства ім. Шевченка. Число. – 2015. – №1(29). – С. 232-249.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 28.04.2016 р.*

*Рекомендовано до друку д.т.н., професором Векериком В.І., к.ф.-м.н., доцентом Осипчуком М.М.*

## **STATISTICAL ANALYSIS OF RESULTS STAND EXPERIMENTAL RESEARCHES OF CHANGE OF AXIAL LOADING ON CHISELS OF DIFFERENT TYPES**

**V. M. Moisyshyn, O. Yu. Vytiaz, Ya. M. Fem'yak,  
A. I. Masiovskiy, R. A. Zhovnuruk**

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;  
76019, Ivano-Frankivsk, Carpathians str., 15;  
ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: math@nung.edu.ua*

*As a result of stand experimental researches of change of the axial loading on well of mining hole at the boring drilling by chisels different*

*types are set, that the instantaneous values of the axial loading answer the normal law of distributing, and the explored casual process is stationary and ergodic. It enables during the analysis of underlying structure of axial dynamic force which is the constituent of the general axial loading, to use only one realization of record of change of axial effort on well of mining hole.*

**Keywords:** *stand experimental researches, axial loading on a chisel, axial dynamic force, casual process, normal law of distributing, expected value, dispersion, not parametric hypothesis, stationary, ergodic.*