

УДК 621.315

**СПІН-ОРБІТАЛЬНА ВЗАЄМОДІЯ І КВАНТОВИЙ  
НАПІВПРОВІДНИКОВИЙ ДРІТ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ****М.А. Рувінський, Б.М. Рувінський***Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника,  
м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка 57*

*За наявності однорідного магнітного поля, спрямованого вздовж осі квантового напівпровідникового дроту, визначено вплив спин-орбітальної взаємодії на енергетичний спектр електронів дроту і одномірних гауссівських флуктуацій спин-орбітальної взаємодії на рухливість носіїв заряду. Для невірродженої статистики у граничному випадку сильного магнітного поля і низьких температур рухливість електронів  $u_n \propto T^{-1/2} H^{-2}$ .*

**Ключові слова:** *квантовий напівпровідниковий дріт, магнітне поле, енергія електронів, спин-орбітальна взаємодія, гауссівські флуктуації, рухливість електронів.*

Досягнення сучасних технологій зробило актуальним дослідження мезоскопічних і наноструктурних матеріалів [1,2]. Квантовий напівпровідниковий дріт є одним із цікавих об'єктів з властивостями, істотно відмінними від випадку масивних кристалів і перспективними для твердотільної електроніки. Зокрема, вивчення спин-орбітальної взаємодії у дроті пов'язано зі спінтронікою, з можливістю управління спіновим ступенем вільності носіїв заряду [3,4]. Найбільш досліджені електричні і оптичні властивості одновимірного квантового дроту, а також дроту циліндричної геометрії. Існуючі сучасні технології не виключають проявів досі нерозглянутих механізмів розсіяння електронів і дірок на різноманітних флуктуаціях у напівпровідниковому дроті. У роботі [5] були розглянуті флуктуації товщини квантового напівпровідникового дроту. В [6] досліджено вплив можливих одновимірних гауссівських флуктуацій спин-орбітальної взаємодії на статичну електропровідність уздовж дроту за відсутності зовнішнього магнітного поля. Метою даної роботи є визначення впливу спин-орбітальної взаємодії за наявності зовнішнього магнітного поля, спрямованого вздовж осі дроту.

Квантовий дріт в дійсності не є одновимірною системою, а є обмеженою тривимірною системою, в якій існує достатньо сильний конфайнмент в двох поперечних напрямках, перпендикулярних каналу провідності (осі дроту). Нехай в напрямку координатної осі  $z$  дріт обмежений за товщиною  $d$  одновимірною потенціальною ямою  $V(z)$  з нескінченно високими стінками. За шириною в напрямку осі  $y$  дріт обмежений параболічним потенціалом  $\beta y^2$ , де  $\beta > 0$ . Постійне магнітне поле  $\mathbf{H}$  спрямоване вздовж осі  $x$  дроту; складові векторного потенціалу магнітного поля:  $A_x = A_y = 0$ ,  $A_z = H y$ .

В одноелектронному наближенні [7] гамільтоніан дроту має такий вигляд

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}_{so}, \quad (1)$$

де

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\perp} + \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + V(z) + \beta y^2 + \mu_B H \hat{\sigma}_x \quad (2)$$

– гамільтоніан незбуреної задачі,  $\Delta_{\perp} = (\partial/\partial x)^2 + (\partial/\partial y)^2$ ,  $m$  – ефективна маса електрона провідності

$$\hat{P}_z = \hat{p}_z + \frac{eH}{c}y, \quad (3)$$

$$V(z) = \begin{cases} 0, & -d/2 \leq z \leq d/2, \\ \infty, & z < -d/2, z > d/2, \end{cases} \quad (4)$$

$\mu_B = e\hbar/2mc$  – магнетон Бора для електрона провідності,  $e$  – абсолютна величина заряду електрона,  $c$  – швидкість світла.

Оператор спин-орбітальної взаємодії дроту в магнітному полі

$$\hat{U}_{so} = \gamma[\hat{\sigma}_x(\hat{p}_y\hat{p}_x\hat{p}_y - \hat{p}_z\hat{p}_x\hat{p}_z) + \hat{\sigma}_y(\hat{P}_z\hat{p}_y\hat{P}_z - \hat{p}_x\hat{p}_y\hat{p}_x) + \hat{\sigma}_z(\hat{p}_x\hat{P}_z\hat{p}_x - \hat{p}_y\hat{P}_z\hat{p}_y)], \quad (5)$$

де  $\hat{\sigma}_j$  ( $j = x, y, z$ ) – матриці Паулі,  $\hat{p}_j = -i\hbar(\partial/\partial x_j)$  – оператори складових імпульсу електрона. Вираз (5) відповідає механізму Дрессельхауза [3,4] для об'ємного нецентроінверсного напівпровідника  $A_3B_5$  в магнітному полі, спрямованому вздовж осі  $x$  дроту.

У наближенні врахування станів електрона з певною парністю по осі  $z$  хвильова функція основного стану незбуреної задачі в магнітному полі з гамільтоніаном  $\hat{H}_0$  (2) має вигляд:

$$\Psi_{k_x}(\mathbf{r})\chi_{\pm 1/2}(s_x), \quad (6)$$

де

$$\Psi_{k_x}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{\pi^{1/2}Ldy_0}} \exp\left(ik_x x - \frac{y^2}{2y_0^2}\right) \cos\frac{\pi}{d}z, \quad (7)$$

де  $L$  – довжина дроту ( $L \gg d$ ),

$$y_0 = \hbar^{1/2} \left[ 2m \left( \beta + \frac{e^2 H^2}{2mc^2} \right) \right]^{-1/4}. \quad (8)$$

$\chi_{\pm 1/2}(s_x)$  – спінова функція електрона:

$$\chi_{1/2}(s_x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2}(s_x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Енергія електрона у стані (6):

$$E_{\pm 1/2}(k_x) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} + \hbar \left[ \frac{1}{2m} \left( \beta + \frac{e^2 H^2}{2mc^2} \right) \right]^{1/2} \pm \mu_B H. \quad (10)$$

Враховуючи оператор спін-орбітальної взаємодії (5) малим збуренням, знайдемо першу поправку [8] до енергії електрона дроту у станах (6)-(10):

$$\Delta E_{\pm 1/2}(k_x) = \mp \gamma \hbar^3 k_x \left( \frac{\pi^2}{d^2} - \frac{3}{2y_0^2} + \frac{y_0^2}{2r_0^4} \right), \quad (11)$$

де

$$r_0 = \left( \frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2} \quad (12)$$

– радіус циклотронної орбіти; верхній знак в (11) відповідає спіновій орієнтації електрона вздовж осі дроту, а нижній – в протилежному напрямку. Отже, маємо лінійну по  $k_x$  поправку до закону дисперсії електрона. У граничному випадку сильного магнітного поля, коли

$$(e^2 H^2) / 2mc^2 \gg \beta, \quad r_0 \ll d, \quad (13)$$

$$\Delta E_{\pm 1/2}(k_x) \approx \pm (\gamma \hbar^2 k_x e / c) H, \quad (14)$$

тобто поправка лінійна за магнітним полем і змінює свій знак на протилежний (див. (11) і (14)).

Зміну електронного енергетичного спектра дроту в постійному однорідному магнітному полі, спрямованому вздовж осі дроту, можна визначити експериментально за допомогою дослідів з електронного спінового резонансу [9] для дротів з нецентроінверсних напівпровідників  $A_3B_5$ .

Визначимо тепер вплив можливих одновимірних гауссівських флуктуацій спін-орбітальної взаємодії на статичну електропровідність вздовж дроту за наявності поздовжнього магнітного поля. Гамільтоніан системи має вигляд (1)-(5), де у виразі (5) для оператора спін-орбітальної взаємодії  $\hat{U}_{so}$  слід зробити заміну

$$\gamma \rightarrow \gamma + \xi(x), \quad (15)$$

де враховано одновимірну (вздовж осі  $x$ ) флуктуацію  $\xi(x)$ , яку вважаємо збуренням, що спричинює квантові переходи у трансляційному русі незбуреного стану (6) електрона із збереженням або зміною орієнтації спіну.

Для станів електрона (6)-(9), поляризованих за спіном колінеарно напрямку магнітного поля (осі дроту  $x$ ), відмінні від нуля ймовірності квантових переходів без повороту спіна, що впливає також з парності координатної хвильової функції (7) відносно змінних  $y$  і  $z$ . Обернений час релаксації електрона вздовж дроту із збереженням орієнтації спіну  $\alpha = \pm 1/2$  дорівнює

$$\frac{1}{\tau_n(k_x)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k'_x} \ll |\langle k'_{x,\alpha} | \hat{U}_{so} | k_{x,\alpha} \rangle|^2 \gg \left( 1 - \frac{k'_x}{k_x} \right) \cdot \delta [E_\alpha(k_x) - E_\alpha(k'_x)], \quad (16)$$

де подвійні дужки  $\ll \dots \gg$  мають зміст усереднення за випадковою флуктуацією  $\xi(x)$ . Флуктуації  $\xi(x)$  будемо вважати гауссівськими:

$$\ll \xi(x)\xi(x') \gg = \Delta^2 \exp \left[ -\frac{(x-x')^2}{2\Lambda^2} \right], \quad (17)$$

$$\ll \xi(x) \gg = 0.$$

З (6)-(10) і (16) випливає, що час релаксації не залежить від спінового індекса  $\alpha$  електрона. Далі застосовуємо стандартну методику [5-7], пов'язану з кінетичним рівнянням Больцмана в наближенні часу релаксації. Наведемо остаточний результат для рухливості електрона у поздовжньому магнітному полі для невиродженої статистики носіїв струму при  $\delta < 1$ :

$$u_n = \frac{e \left( \frac{\pi^2}{d^2} - \frac{3}{2y_0^2} + \frac{y_0^2}{2r_0^4} \right)^{-2} (1-\delta)^{-1}}{2\hbar^2 m^{5/2} \Delta^2 \Lambda (k_B T)^{1/2}}, \quad (18)$$

$$\delta = (4m\Lambda^2 k_B T / \hbar^2), \quad (19)$$

де  $k_B$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура. У граничному випадку сильного магнітного поля (13) і низьких температур  $\delta \ll 1$  рухливість електрона

$$u_n \propto T^{-1/2} H^{-2}, \quad (20)$$

тобто магнітне поле у низькотемпературній ділянці невиродженого дроту не змінює температурної залежності рухливості [6], зумовленої спін-орбітальною взаємодією. Залежність від магнітного поля в (18) визначається співвідношенням величини циклотронного радіуса  $r_0$  і значенням ефективного параболічного конфайнмента  $y_0$ . Зауважимо, що у випадку впливу гауссівських флуктуацій товщини дроту [5], замість (20), було отриману іншу залежність

$$u_n^{(th)} \propto T^{1/2} H^{-1/2}, \quad (21)$$

що дозволяє в принципі відокремити механізм впливу флуктуацій спін-орбітальної взаємодії за температурною і магнітною залежністю рухливості електронів напівпровідникового дроту.

### Література

1. Имри Й. Введение в мезоскопическую физику. – М.: Физматлит, 2002. – 304с.
2. Наносистемы, наноматериалы, нанотехнології // Збірник наукових праць. – К.: Академперіодика, 2004. – Т.2. – 338с.

3. Магарилл Л.И., Чаплик А.В. Спин-зависимая локализация электронов в кристаллах // Письма в ЖЭТФ. – 2005. – Т.81, №4. – С.198-202.
4. Efros A.L., Rashba E.I. Theory of electric dipole spin resonance in a parabolic quantum well // Phys.Rev.B. – 2006. – V.73. – P.165325-1 – 165325-19.
5. Рувинский М.А., Рувинский Б.М. О влиянии флуктуаций толщины на статическую электропроводность квантовой полупроводниковой проволоки // ФТП. – 2005. – Т.39, №2. – С.247-250.
6. Рувінський М.А., Возняк О.М., Рувінський Б.М. Вплив флуктуацій спин-орбітальної взаємодії на електропровідність квантового напівпровідникового дроту // Вісник Прикарпатського університету. Математика. Фізика. – 2007. – В.ІІІ. – С.52-54.
7. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. – М.: Наука, 1978. – 616с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – 752с.
9. Людвиг Дж., Вудберн Г. Электронный спиновый резонанс в полупроводниках. – М.: Мир, 1964. – 148с.

### **Spin-Orbital Interaction and a Quantum Semiconductor Wire in Magnetic Field**

**M. Ruvinsky, B. Ruvinsky**

*PreCarpathian National University by V. Stefanić*

*Ivano-Frankivs'k, Shevchenko Street, 57, Ivano-Frankivs'k, 76000, Ukraine*

*The influence of spin-orbital interaction on the energetic spectrum of electrons and the effect of one-dimensional Gaussian fluctuations of spin-orbital interaction on the mobility of carriers are determined for the quantum semiconductor wire in the magnetic field directioned along the wire axis. For nondegenerate statistics in the boundary case of high magnetic field at low temperatures the electron mobility  $u_n \propto T^{-1/2} H^{-2}$ .*

**Keywords:** *quantum semiconductor wire, magnetic field, electron energy, spin-orbital interaction, Gaussian fluctuations, electron mobility.*