

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРОУДАРНИХ АГРЕГАТИВ ІЗ ЛАНЦЮГОВО-РОЗГАЛУЖЕНИМ СПОСОБОМ З'ЄДНАННЯ ТВЕРДИХ ТІЛ

В.П. Нісонський¹, В.М.Шопа², І.І.Гергега²

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, Україна, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380 (3422) 4 21 23; e-mail: math@nung.edu.ua

²Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстигача НАН України,
7960,1 Україна, Львів, вул. Наукова 3-б.

Запропоновано до розгляду математичну модель динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл. Враховано змінне технологічне навантаження, а також контакт робочих поверхонь. Систему рівнянь подано в матричному вигляді. Розглянуто динамічну схему віброударної ґратки моделі 31327.

Ключові слова: математична модель, динамічний режим роботи, віброударний агрегат, ланцюгово-розгалужений спосіб з'єднання твердих тіл.

Машини і агрегати, в яких використовується вібрація, знаходять усе більш широке застосування. Це обумовлено поширенням вібраційних технологій у техніці, медицині, будівництві та інших сферах людської діяльності. Як і в теоретичних дослідженнях про вібрацію, так і в практичному її використанні існує безліч недосліджених моментів.

Велике практичне застосування знайшли віброагрегати, що характеризуються співударяннями між їх окремими елементами чи ланками, так звані віброударні машини. Використання віброударної дії вигідне тим, що дає змогу одержати значний результат при мінімізації технологічних засобів [1]. У багатьох технологічних процесах віброударні явища застосовуються більш ефективно, ніж чисто вібраційні (будівельні машини, віброінструменти, транспортні засоби і грохоти, вібромайданчики для ущільнення бетонної суміші, машини для ливарного виробництва та інші). Вібрація виникає і у процесі буріння свердловин, але тут вона відіграє шкідливу роль, оскільки призводить до руйнування інструмента (долота) і зниження техніко-економічних показників.

У нашій моделі розглядатиметься система твердих тіл, виготовлених із твердого ізотропного матеріалу і з'єднаних пружними зв'язками. Ми розглядаємо тверді ізотропні тіла, тобто. При взаємодії тіла з пружними зв'язками будемо вважати тіло твердим, тобто таким, що не піддається деформації. Але при контактній взаємодії робочих органів технологічного навантаження з робочими органами опорної рами треба вва-

жати тіла пружними, тому що силами пружності, що виникають під час контактування, вже не можна знехтувати. Пружні сили, що виникають під час контактної взаємодії, будемо вважати лінійними, тобто такими, що описуються лінійним законом Гука.

У ливарному виробництві знайшли широке застосування багатосекційні вібраційні агрегати з послідовним та ланцюгово-розгалуженим [2, 3] способами розміщення інерційних тіл.

Характерною особливістю багатосекційних агрегатів є взаємодія кількох робочих органів з технологічним навантаженням. За один періоду коливань інерційних тіл відбувається не менше двох контактів технологічного навантаження з робочими органами. Один контакт відбувається з робочим органом опорної рами, а один (або декілька) з робочими органами інерційно-ударних машин (вибивних ґраток). Такий режим роботи багатосекційних агрегатів сприяє досягнення їх більшої ефективності і дає змогу зменшити встановлену потужність приводних електродвигунів [2]. У промисловості також застосовується і комбінований (ланцюгово-розгалужений) спосіб з'єднання твердих тіл, яким комплектують агрегат (вибивну ґратку). Такий спосіб з'єднання твердих тіл використовується, наприклад, у випадку комплектування вибивної ґратки моделі 31327, зображеної на рис.1.

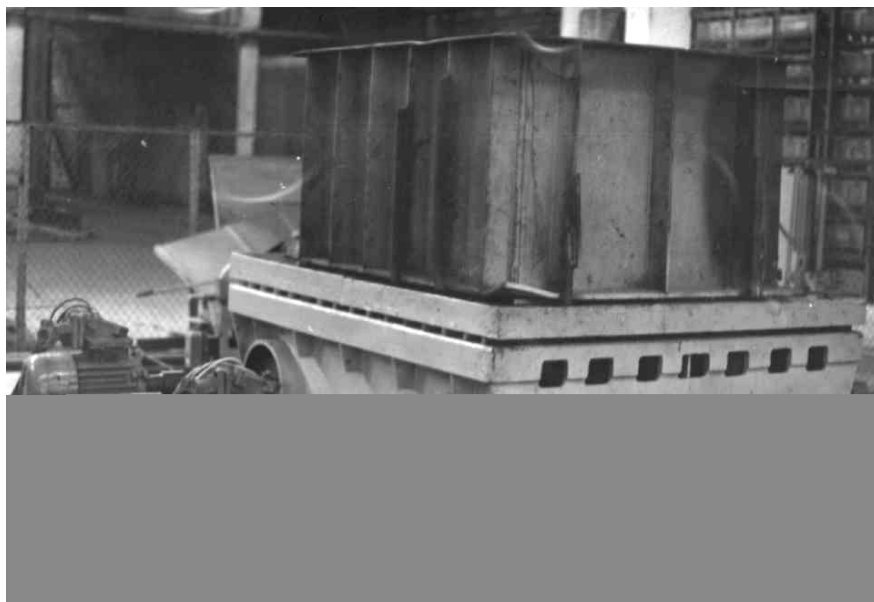


Рис.1. Загальний вигляд віброударної ґратки моделі 31327

Вибивна інерційна ґратка моделі 31327 використовується для вибивання формівної технологічної суміші із ливарних форм та стрижневих сумішей із відливок в умовах вибивання в ливарних цехах. За необхідності ґратки можна з'єднувати в багатосекційні агрегати (блоки) із декількох (двох, чотирьох, шести) ґраток.

Дослідженням віброударних коливальних систем займалися І.І.Гергега, В.М.Шопа, І.С.Лозовий, М.Р.Козулькевич та ін.. Розробкою методів розрахунку нелінійних динамічних систем вібраційних машин займався В.П.Франчук; науковими основами створення гірських вібраційних транспортно-технологічних машин важкого типу - А.Г.Червоненко, теорією моделювання коливань робочих органів механізмів та її застосуванням - А.Н.Марюта. Динаміку несучих конструкцій бурових установок досліджували С.Г.Калінін, Є.В.Харченко та ін. Останнім часом з'явилися роботи З.А. Стоцько, Б.І. Сокола, В.Г. Топільницького та ін. з моделювання та дослідження динаміки роботи вібраційних машин об'ємної обробки виробів.

Загальна динамічна схема вибивальної інерційно-ударної гратки моделі 31327 з двома вибивними гратками зображена на рис. 2.

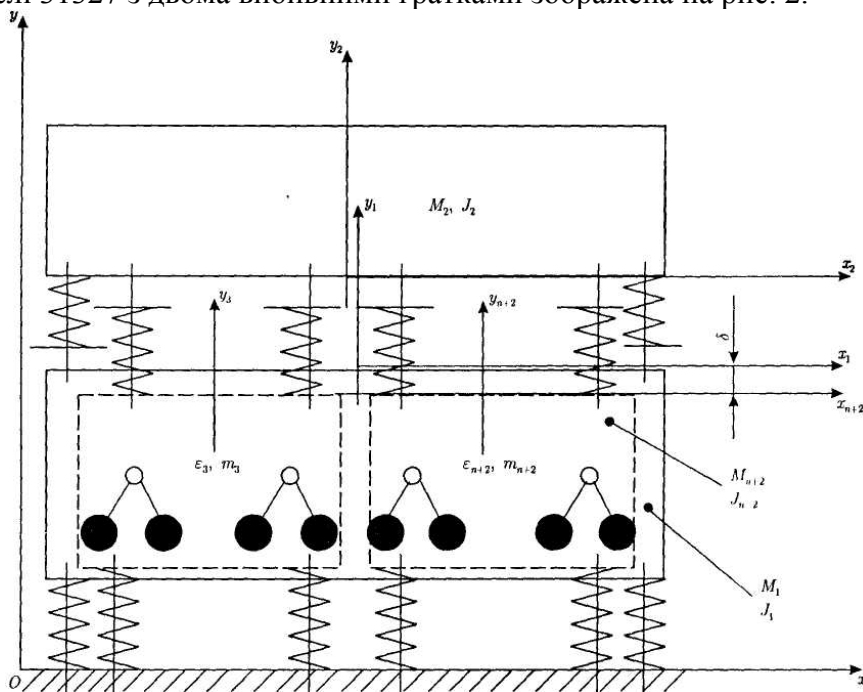


Рис.2. Загальна динамічна схема віброударної гратки моделі 31327

На рис. 3 зображена загальна динамічна схема багатосекційного агрегата з n вибивними гратками.

На загальній фундаментній рамі ($i=1$) встановлено паралельно N -ну кількість вібраційних вибивних граток, з'єднаних з рамою пружними зв'язками жорсткістю c_{1n} (для n -ної гратки). Технологічне навантаження ($i=3$) встановлено на опорній рамі ($i=2$). Фундаментна і опорна рами з'єднані з основою (фундаментом) за допомогою пружних (варіант 1) або жорстких (варіант 2) зв'язків. Жорсткість пружних зв'язків, що з'єднують фундаментну і опорну рами з основою, позначимо відповідно c_{01} і c_{02} .

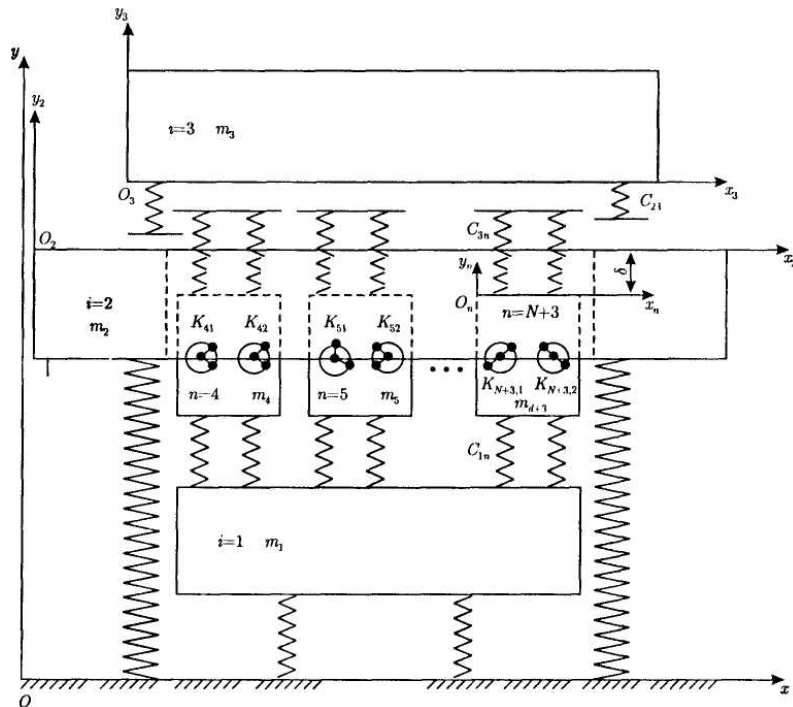


Рис. 3. Загальна схема багатосекційного віброударного агрегату

У положенні статичної рівноваги між технологічним навантаженням і робочими органами гратки передбачено проміжок δ коливань робочих органів, причому амплітуда A коливань робочих органів більша за відстань δ :

$$A > \delta. \quad (1)$$

Вибивальні гратки ($i = 4, \dots, N+3$), що виконують коливальний рух, руйнують формувальну суміш у ливарній формі ($i=3$) за рахунок ударів, що наносяться знизу по хрестовинах опоки [2,3]. Повторне руйнування суміші здійснюється шляхом співударяння ливарної форми з робочими органами опорної рами. У запропонованій моделі віброагрегату вибивальні гратки складають блок і коливаються в одній вертикальній площині. Таким чином, динамічна схема віброагрегату являє собою коливальну систему твердих тіл з ланцюгово-розгалуженим (послідовно-паралельним) способом з'єднання мас пружними елементами.

Введемо такі системи координат для коливальної системи, зображеної на рис.3 :

- XOY – нерухома система координат, що жорстко з'єднується з основою і вибирається довільно;
- $X_iO_iY_i$, $X_nO_nY_n$ – рухомі системи координат, що жорстко з'єднуються відповідно з i -тим твердим тілом ($i = 1, 2, 3$) і n -ною граткою ($n = 4, 5, \dots, N+3$). Осі рухомих систем координат O_nY_n , O_nX_n вибираються так, щоб моменти сил тертя при складанні рівнянь руху дорівнювали нулеві. Тому відповідні осі спрямовані вздовж поверхонь контакту, як зображено на рис. 2 та рис.3.

Для твердих тіл системи (за виключенням технологічного навантаження) відповідні осі $O_i X_i$ розміщені вздовж лінії, що з'єднує точки кріплення верхніх пружних елементів; для технологічного навантаження – вздовж лінії, що з'єднує точки кріплення нижніх пружних елементів.

Назвемо вільним такий стан системи, що відповідає недеформованому стану всіх пружних зв'язків. У вільному стані рухомі системи координат (рис. 2,3) паралельні.

Рівняння руху інерційних елементів розрахункової схеми подано рівняннями Лагранжа 2-го роду [3]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad (2)$$

де: T - кінетична енергія системи;

q_s - s -та узагальнена координата;

Q_s - s -та узагальнена сила.

Кількість узагальнених координат s в (1) визначається [3],[4]:

$$s = 3 \cdot [N + 1 + \sigma(\xi_1) + \sigma(\xi_2)] + \sum_{n=4}^{N+3} [K_n + \sum_{k=1}^{K_n} P_{nk} + L_n], \quad (3)$$

де: $\sigma(\xi_1), \sigma(\xi_2)$ - одинична функція Хевісайда, $\sigma(\xi)=1$ при $\xi \geq 0$; $\sigma(\xi)=0$ при $\xi < 0$; $\xi_{1,2}=+1$ у випадку пружного з'єднання відповідної рами з фундаментом (основою) та $\xi_{1,2}=-1$ у випадку жорсткого з'єднання відповідної рами з фундаментом (основою);

K_n - кількість віброзбудників, встановлених на вібромашині,

P_{nk} - кількість рухомих дебалансних мас, з'єднаних з валом віброзбудника пружними зв'язками;

L_n - кількість приводних електродвигунів, які встановлено разом з віброзбудником або на нерухомій рамі.

За узагальнені координати системи прийнято:

x_i, y_i - координати початку системи координат $X_i O_i Y_i$, жорстко зв'язаної відповідно з i -тим інерційним тілом, відносно нерухомої системи координат XOY ;

x_n, y_n - координати початку системи координат $X_n O_n Y_n$ точки O_n , жорстко зв'язані відповідно з n -ною граткою, відносно системи координат XOY ;

φ_i, φ_n - кути повороту відповідно інерційного елемента і робочого органа вібраційного агрегата (гратки);

φ_{nk}, β_{nl} - кути повороту відповідно вала віброзбудника і приводного двигуна;

ψ_{nkp} - кут повороту дебалансної маси.

Кути $\varphi_i, \varphi_n, \varphi_{nk}, \beta_{nl}, \psi_{nkp}$ відраховуються проти руху годинникової стрілки від додатного напрямку осі OX .

При розробці математичної моделі прийнято такі допущення:

- пружні елементи неінерційні;

- маси, що входять до системи, являють собою жорсткі інерційні тіла, що виконують плоскопаралельний рух;
- враховується жорсткість пружних елементів на розтяг і зсув.

Технологічний процес вибивання формівної суміші із опок під час роботи вібраційного вибивального агрегата супроводжується зміною маси технологічного навантаження. Це дає підстави до прийняття допущення, що в процесі виконання технологічної операції маса і момент інерції є функціями часу:

$$m_3 = f_{m3}(t); \quad I_3 = f_{I3}(t), \quad (4)$$

де m_3 , I_3 - відповідно маса і центральний момент інерції технологічного навантаження.

В [2,4] наведено спосіб, за яким можливо, не вдаючись до рівнянь Лагранжа II роду, побудувати математичну модель для будь-якої ланцюгової динамічної схеми вібраційної машини. Він полягає в тому, що для вибраної динамічної схеми визначають матрицю коефіцієнтів для кожного твердого тіла. Згідно із розташуванням тіл в динамічній системі, укладають послідовно матриці, що їм відповідають, у загальну матрицю коефіцієнтів всієї системи, сполучаючи їх діагоналі з діагоналлю загальної матриці. Такий спосіб побудови матриці математичної моделі зумовлений тим, що матриці інерційних величин $[A_n^\Sigma]$, $[A_i]$ містять фізичні величини, знаходження яких є чисто технічним питанням і для конкретних динамічних систем не виникає труднощів. Згаданий спосіб побудови загальної матриці для довільної системи рівнянь поширюється і на математичну модель ланцюгово-розгалужених віброударних динамічних систем. На рис. 2 зображено простішу динамічну схему віброударної машини з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання мас. До цієї схеми входять чотири твердих тіла: опорна рама ($i=1$), технологічне навантаження ($i=2$) та дві віброударні ґратки ($i=3,4$). Кожна ґратка містить по два віброзбудника; на валу кожного віброзбудника розміщено по дві дебалансні маси. Електродвигуни, що приводять в рух вали віброзбудників, знаходяться на нерухомій основі. Опорна рама та віброґратки з'єднані з фундаментом пружними зв'язками. Для такої динамічної схеми математична модель в матричній формі матиме вигляд [5]:

$$\begin{bmatrix} A_1^\Sigma & & & O \\ & A_2^\Sigma & & \\ & & A_1 & \\ O & & & A_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} K_1^\Sigma \\ K_2^\Sigma \\ K_1 \\ K_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^\Sigma \\ B_2^\Sigma \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Рівняння руху (5) є суттєво нелінійною системою звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, не розв'язаних відносно другої похідної. Розв'язати таку систему можливо чисельними методами з допомогою пакету прикладних програм.

На підставі даної моделі проведено розрахунки максимальної теоретичної частоти технологічного навантаження у динамічному дорезонансному режимі роботи для ґратки моделі 31327. На рис. 4 зображено

графіки теоретичної та експериментальної частоти технологічного навантаження [6].

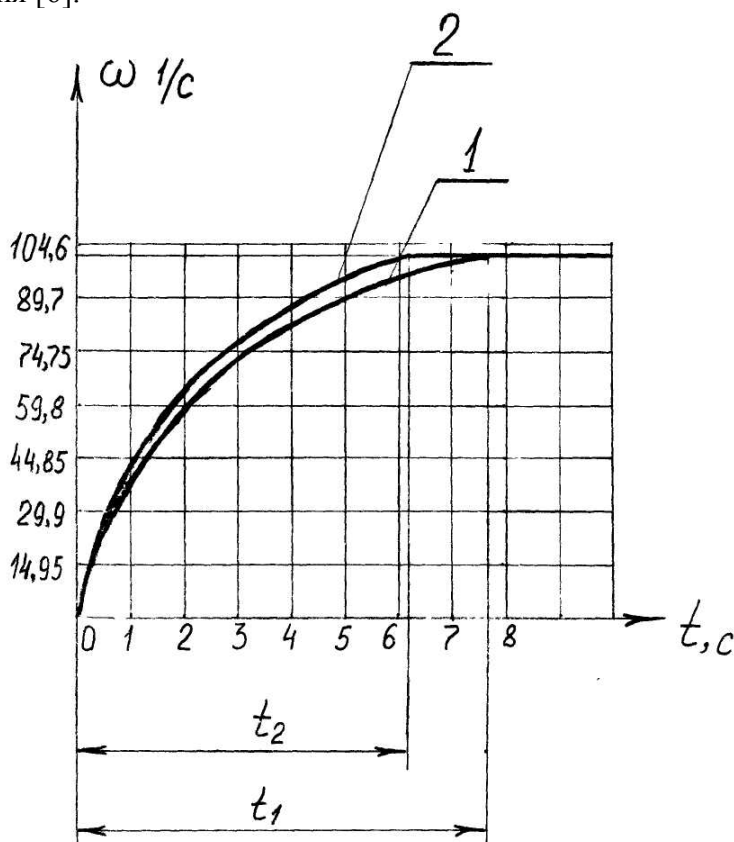


Рис. 4. Порівняння теоретичної та експериментальної частоти коливань технологічного навантаження для ґратки 31327

Порівняння побудованих графіків вказує на прийнятну точність теоретичних розрахунків побудованої математичної моделі з даними отриманими експериментальним шляхом.

Література

1. Вибрации в технике. Т. 4. – М.: Машиностроение, 1981. – 512 с.
2. Обобщённая математическая модель колебательной системы с учётом изменения положения и величины технологической нагрузки / И.И.Гергега, И.С.Лозовой, М.Р.Козулькевич, В.М.Шопа // Докл. АН УССР. – 1989. – №12. – С. 32-35.
3. Гергега І.І., Нісонський В.П. Математична модель ланцюгово-розгалуженої віброударної коливальної системи // Доповіді НАН України. – 1994. – №35. – С.58-63.
4. Математическая модель многосекционных выбивных агрегатов с учётом рассеяния энергии / В.П.Нисонский, И.И.Гергега,

- М.Р.Козулькевич, Ю.В.Гуцуляк //Пробл. прочности. – 1994. – №10. – С.30-36.
5. Нісонський В.П., Герєга І.І., Шопє В.М. Математична модель багато-секційного вібраційного агрегату // Доп. НАН України. – 2000. - №6. – С. 62-65.
6. Нісонський В.П. Математичне моделювання динамічного режиму роботи віброударних агрегатів з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл // Автомат. вироб. процесів у машинобуд. та приладобуд. – Вип. 40. – С.170 - 177.

Mathematical Simulation of Vibropercussion Units where Solid Bodies are Connected in a Chain Ramificated Way

V.P. Nisonsky¹, V.M.Shopa², I.I.Gerega²

¹*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas
15, Carpats'ka Street, Ivano-Frankivs'k, 76019, Ukraine,
ph. +380 (3422) 4 21 23; e-mail: math@nung.edu.ua*

²*Pidstryhach Institute of Applied Problems in Mechanics and Mathematics
of NASU, 3-b Naukova Str., Lviv, 79601, Ukraine*

A mathematical simulation of the dynamic work regime of vibropercussion units where solid bodies are connected in a chain ramificated way is presented in this paper. The variable mass of technological loading and contact of working surfaces is taken into consideration. The system of equations is given in a matrix way. The dynamic scheme of vibrograte model 31327 is considered.

Keywords: *mathematical model, dynamic office hours, vibrooudarniy aggregate, chain-ramified method of connection of solids.*