УДК 519.7

НЕЧІТКІ ПЕРЕВАГИ В ЗАДАЧАХ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

І. В. Никифорчин
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника; 76018, Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57; тел. +380 (342) 59-60-16; e-mail: ira.nyk@gmail.com

Запропоновано математичний формалізм використання нечітких переваг для підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності. Виявлено зв'язки з ідемпотентними узагальненнями опуклості.

Ключові слова: *прийняття рішень, нечітке відношення, ідемпотентна опуклість, гратка.*

Прийняття рішень в умовах невизначеності, особливо за наявності кількох критеріїв (MCDA – multicriteria decision making [1]) спирається на порівняння альтернатив з допомогою тотального чи часткового порядку. Відповідний порядок формується точними чи наближеними методами на основі обраної мотелі і експериментальних та (чи) експертних даних. Часто оцінюючим функціоналом є нечіткий інтеграл, наприклад, інтеграл Шоке чи, рідше, інтеграл Сугено [1,3]. Водночас і вихідні дані, і результат порівняння відображаються у формі однозначно визначеного (не нечіткого) відношення, що не дозволяє охопити некатегоричні експертні судження ("дуже вірогідно…" або "навряд чи можливо, щоб…").

Автором запропоновано модель підтримки прийняття рішень, у якій вживається шкала відношень, параметризована скінченною лінійно впорядкованою множиною K. Зручно вважати K скінченною підмножиною одиничного відрізка $I=[0;1]$, що складається з різних ступенів вірогідності, серед яких є 0 – "неможливо" та 1 – "гарантовано". Маємо також проміжні рівні, що відповідають вірогідності "майже неможливо", "досить ймовірно", "напевно" і т.п. Сукупність можливих альтернатив X вважаємо граткою, у якій супремум та інфімум елементів x та y позначаються відповідно $x \vee y$ та $x \wedge y$. Якщо елемент x передує елементові y (альтернатива x є менш бажаною), то пишемо $x \prec y$ чи $y \succ x$. Найменший і найбільший елементи гратки X теж позначаємо 0 і 1 (це не спричинить плутанини). Для практично важливих застосувань гратка X, зазвичай, є скінченною. Вважаємо, що частковий порядок "$\prec$" на K є фіксованим (категоричне порівняння альтернатив є загальновизнаним), але особа, що приймає рішення (DM – decision maker), може також надавати x перевагу над y з деяким рівнем непевності

$\alpha \in K$, що записуємо $x \overset{\alpha}{\succ} y$ чи $y \overset{\alpha}{\prec} x$. При цьому вважаємо виконаними такі вимоги:

1) $x \overset{0}{\succ} y \Leftrightarrow x \succ y$ (нульова непевність – це категоричне судження);
2) $x \overset{1}{\succ} y$ для всіх $x, y \in X$ (з одиничною непевністю можна стверджувати будь-що);
3) якщо $\alpha, \beta \in K$, $\alpha < \beta$, то з $x \overset{\alpha}{\succ} y$ випливає $x \overset{\beta}{\succ} y$;
4) відношення "$\overset{\alpha}{\succ}$" (і відповідно "$\overset{\alpha}{\prec}$") є передпорядком, тобто рефлексивним і транзитивним (що природно для порівняння);
5) якщо $x, x' \overset{\alpha}{\prec} y$ (чи $x, x' \overset{\alpha}{\succ} y$), то $x \vee x' \overset{\alpha}{\prec} y$ (відповідно $x \wedge x' \overset{\alpha}{\succ} y$).

З останнього випливає, що для кожних $x \in X$ та $\alpha \in K$ серед усіх $y \in X$, таких, що $y \overset{\alpha}{\prec} x$, існує найбільший, який позначаємо $\alpha \vee x$.

Як наслідок, $0 \vee x = x$, $1 \vee x = 1$, $\alpha \vee (x \wedge y) = (\alpha \vee x) \wedge (\alpha \vee y)$ для всіх $x, y \in X$, $\alpha \in K$. З алгебраїчного погляду ці умови означають, що X є ідемпотентним K-напівмодулем [2]. Зауважимо, що $y \overset{\alpha}{\prec} x$ якщо і тільки якщо $\alpha \vee y \prec \alpha \vee x$.

Одночасно означимо операцію $\alpha \wedge x$ для $\alpha \in K$, $x \in X$ так:

$$\alpha \wedge x = \inf\{z \in X \mid z \vee y \succ x \text{ для кожного } y \in X, y \overset{\alpha}{\succ} x\}.$$

Відповідно отримуємо відношення "$\underset{\alpha}{\prec}$" на X: $y \underset{\alpha}{\prec} x \Leftrightarrow \alpha \wedge y \prec \alpha \wedge x$. Це відношення теж є передпорядком, причому

$$\alpha \vee x = \sup\{z \in X \mid z \wedge y \prec x \text{ для кожного } y \in X, y \underset{\alpha}{\prec} x\}.$$

Загалом X з операціями $\vee, \wedge : X \times X \to X$, $\vee, \wedge : K \times X \to X$ є ідемпотентно біопуклою множиною [2]. Сукупність $(\overset{\alpha}{\prec})_{\alpha \in K}$ відношень переваги називаємо K-нечітким порівнянням. Позначимо $Com_K(X)$ множину всіх K-нечітких порівнянь на фіксованій гратці X.

Опишемо практичний зміст і методи використання поданої вище математичної моделі. Вважаємо, що y передує x з рівнем непевності α, якщо x бажаніший, ніж y, в усіх випадках, крім малоймовірних (з рівнем вірогідності $< \alpha$). Практично для кожного рівня вірогідності α (крім 0 і 1) експерт доповнює відношення "$\prec$" додатковими парами $(x, y) \in X \times X$ до ширшого бінарного відношення R_α, тоді "$\overset{\alpha}{\prec}$" отримується як перетин всіх відношень, що містять $\bigcup_{\beta \geq \alpha} R_\beta$ і задовольняють умови (1)-(5). Це дає змогу порівнювати альтернативи, нехтуючи малоймовірними подіями.

Найпростішим прикладом гратки з K-нечітким порівнянням є $K^n = \{(\gamma_1,...,\gamma_n) \mid \gamma_i \in K\}$. Вважаємо $(\gamma_1,...,\gamma_n) \overset{\beta}{\prec} (\gamma'_1,...,\gamma'_n)$, якщо $\gamma_i \le \max\{\gamma_i', \beta\}$, $i = 1,...,n$. Кожний n-вимірний K-значний вектор трактуємо як набір вірогідностей успіху для скінченної кількості n гіпотез при певному виборі стратегії. Якщо $(\gamma_1,...,\gamma_n) \overset{\beta}{\prec} (\gamma'_1,...,\gamma'_n)$, то перша стратегія поступається другій, крім, можливо, випадків з малою вірогідністю успіху ($< \beta$), тому ними можна нехтувати. Отже, для особи, яка приймає рішення, природно надавати перевагу другій стратегії.

Обчислювальні алгоритми, що реалізують запропонований метод, і приклади їх застосування будуть викладені у наступній публікації.

Література

1. Dubois D., Prade H., Sabbadin R. Qualitative decision theory with Sugeno integrals, in: Grabisch M., Murofushi T., Sugeno M. (eds), Fuzzy measures and integral – theory and applications. Physika Verlag, Heidelberg, pp. 314-332.
2. Nykyforchyn O.R., Repovš D., Idempotent convexity and algebras for the capacity monad and its submonads, subm. to Applied Categorical Structures, 2009, 16 pp.
3. Schmeidler D., Integral representation without additivity, Proc. Amer. Math. Soc., 97:2, pp. 255-261.

Стаття поступила в редакційну колегію 12.11.2009 р.
Рекомендовано до друку д.ф.-м.н., професором ***Артемовичем О.Д.***

UNCLEAR ADVANTAGES IN THE TASKS OF ACCEPTANCE OF DECISIONS IN THE CONDITIONS OF VAGUENESS

I. V. Nykyforchyn
Precarpathian National University named by Vasil Stefanic,
76000, Ivano-Frankivs'k, Shevchenko street, 57;
tel. +380 (342) 59-60-16; e-mail: ira.nyk@gmail.com

A formal model of decision making support under uncertainty based on fuzzy preferences is presented. Relations with idempotent generalizations of convexity are established.

***Key words**: decision making, fuzzy relation, idempotent convexity, lattice.*