

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НАДЗЕМНИХ ПЕРЕХОДІВ ТРУБОПРОВОДІВ

**В. М. Возний , Н. М. Запухляк , І. О. Дацько ,
Н. Я. Дрінь , Т. Ю. Пиріг **

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +38 (0342) 72-71-38; e-mail: nataliia.zapukhliak@nung.edu.ua*

Стаття присвячена вдосконаленню методики розрахунку напружено-деформованого стану складних систем надземних переходів трубопроводів, зокрема двониткових багатопрогінних конструкцій, у яких трубопроводи розташовані один над одним. Актуальність дослідження зумовлена зростанням потреби у прокладанні трубопроводів у гірських районах та необхідністю використання існуючих опорних систем задля зменшення будівельних витрат. Показано, що традиційні підходи, які ґрунтуються на спрощених припущеннях про рівність згинальних моментів у прогонах і на опорах, не відображають реальних умов роботи переходів та можуть суттєво занижувати максимальні напруження, особливо у крайових ділянках.

У роботі розроблено деталізовану методику, що передбачає поетапне визначення геометричних параметрів трубопроводів, навантажень від власної ваги, продукту, снігу, криги й вітрових дій. Напружено-деформований стан верхньої та нижньої ниток обчислюється на основі рівняння трьох моментів із подальшим визначенням опорних реакцій та побудовою епюр згинальних моментів і поперечних сил. Для нижнього трубопроводу враховано додатковий вплив від верхньої нитки, що моделюється через прикладені сили, еквівалентні опорним реакціям.

Особливу увагу приділено визначенню прогинів: для складних статично невизначуваних систем застосовано метод початкових параметрів, який забезпечує високу точність розрахунку переміщень у будь-якій точці балки.

Запропонована методика дозволяє отримати достовірні значення зусиль та переміщень, що є необхідним для перевірки міцності й жорсткості надземних переходів, а також для забезпечення надійності їх експлуатації в умовах складного рельєфу.

Ключові слова: надземний перехід; багатопрогінний трубопровід; двониткова система; напружено-деформований стан; рівняння трьох моментів; згинальний момент; опорні реакції; прогин; жорсткість трубопроводу; метод початкових параметрів.

Вступ

Ефективна та надійна експлуатація газотранспортної інфраструктури значною мірою залежить від правильного проєктування та оцінювання напружено-деформованого стану трубопроводів, зокрема на ділянках надземних переходів. Особливої актуальності це питання набуває у випадку складних двониткових балкових переходів, конструктивною особливістю яких є розміщення трубопроводів один над одним. Необхідність дослідження напруженого стану таких систем зумовлена тенденцією до введення в експлуатацію малодебетних газових родовищ Івано-Франківської та Чернівецької областей, часто розташованих у гірській місцевості з пересіченим рельєфом. Розробка малих покладів, як-от Пилипівське, Гуцулівське, Шереметівське та Славецьке родовища, потребує прокладання трубопроводів невеликих діаметрів для транспортування газу до споживача, що супроводжується зростанням кількості надземних переходів.

Будівництво нових переходів у складних умовах рельєфу є економічно затратним процесом, тому в окремих випадках розглядається можливість улаштування нового трубопроводу безпосередньо поверх уже існуючого. Такий підхід, попри економічну доцільність, породжує низку інженерних питань щодо оптимальної схеми розміщення опор, достатності міцності нижньої нитки, а також впливу деформацій окремих елементів на загальну стійкість системи.

Запропоноване дослідження спрямоване на аналіз і розв'язання цих проблем шляхом визначення напруженого стану складних надземних переходів та оцінювання їхньої здатності забезпечувати необхідний рівень міцності й експлуатаційної надійності.

Проблематиці напружено-деформованого стану надземних переходів трубопроводів присвячено низку досліджень [1-7], у яких розглядаються особливості роботи трубопроводів на опорах, вплив зовнішніх навантажень та деформаційні процеси в умовах складного рельєфу. Проте аналіз доступних наукових публікацій свідчить, що конструкції типу двониткових надземних переходів, де трубопроводи розташовані один над одним, практично не представлені в науковій літературі. Це підкреслює актуальність проведення подальших досліджень, спрямованих на оцінювання міцності та деформативності саме таких систем.

Постановка задач дослідження

У наявних дослідженнях, присвячених розрахунку багатопрогінних балкових переходів трубопроводів, загальноприйнятим підходом є визначення оптимальних відстаней між опорами, максимальних прогинів у прогонах та значень згинальних моментів як у прольотах, так і на опорах. Для усунення статичної невизначеності такі моделі базуються на припущенні про рівність моментів згину на всіх опорах, а також рівність максимальних моментів у середині кожного прогону. Проте практичний досвід експлуатації надземних переходів свідчить, що моменти

згину в крайніх прогонах та на крайніх опорах істотно перевищують розрахункові значення, отримані за вказаними спрощеннями, що знижує точність оцінювання напружено-деформованого стану конструкції.

У зв'язку з цим виникає потреба у розробленні розрахункової моделі, здатної врахувати реальний перерозподіл згинальних моментів у системі надземних переходів, зокрема у випадку двониткових конструкцій, де трубопроводи розташовані один над одним. Для досягнення такої мети передбачається виконання комплексного технологічного аналізу, що включає визначення геометричних характеристик трубопроводів та навантажень від власної ваги, ваги продукту, снігу та криги; розрахунок напружено-деформованого стану верхньої нитки переходу на основі рівняння трьох моментів із побудовою епюр внутрішніх зусиль; а також розрахунок нижньої нитки з урахуванням додаткового впливу від верхнього трубопроводу. Такий підхід забезпечує можливість отримання більш достовірних значень згинальних моментів і поперечних сил, що є необхідною умовою для адекватного оцінювання міцності та надійності складних надземних переходів.

Математичне моделювання напружено-деформованого стану складних надземних переходів трубопроводів

Технологічний розрахунок системи переходів трубопроводів, побудованих один над одним (рис. 1), виконується за розширеною та структурованою схемою, що дозволяє комплексно оцінити їхній напружено-деформований стан. Насамперед здійснюється визначення основних геометричних та фізико-механічних параметрів трубопроводів, зокрема площі поперечного перерізу, моменту інерції та моменту опору перерізу. Паралельно визначаються усі види навантажень, що діють на конструкцію, серед яких власна вага трубопроводу, маса транспортованого продукту, а також кліматичні впливи у вигляді ваги снігу, криги та вітрового навантаження.

На другому етапі розрахунків за рівнянням трьох моментів здійснюється аналіз напружено-деформованого стану верхнього трубопроводу, на основі чого будуються епюри згинальних моментів і поперечних сил, що дозволяє визначити критичні ділянки конструкції. Після цього проводиться аналогічний розрахунок нижнього трубопроводу, у якому додатково враховується вплив навантаження, переданого від верхньої нитки, що забезпечує більш реалістичне відображення взаємодії між елементами переходу. Для нижнього трубопроводу також будуються відповідні епюри внутрішніх зусиль.

До основних параметрів трубопроводів, необхідних для формування повної картини їхнього напружено-деформованого стану, належать розрахункові навантаження від власної ваги металу труби, ваги транспортованого продукту, снігу, криги та дії вітру. Усі зазначені величини можуть бути визначені відповідно до методики, наведеної у джерелі [1].

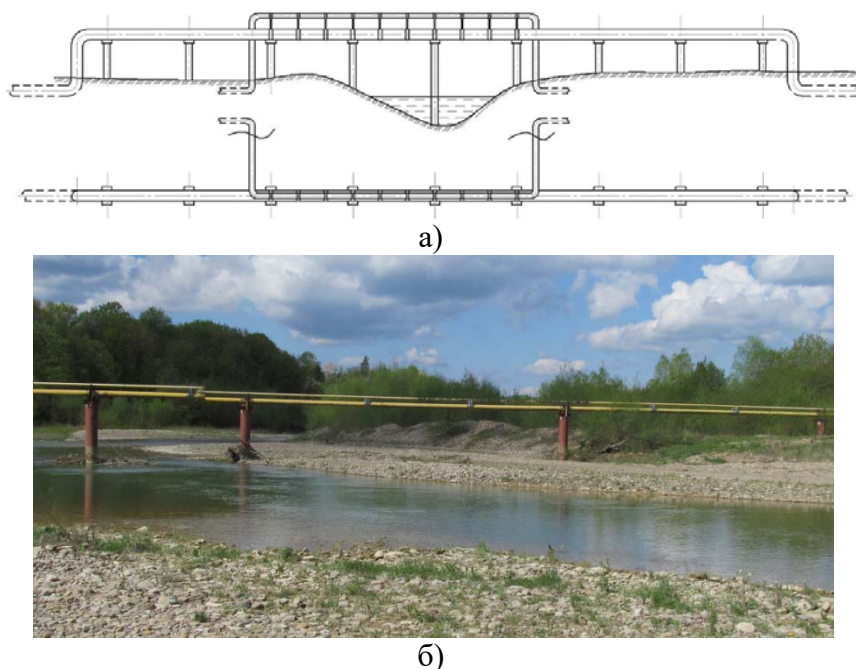
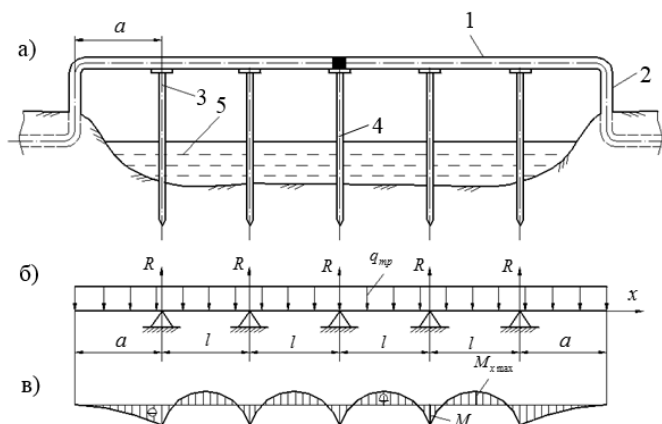


Рис. 1. Схема (а) та загальний вигляд (б) двониткового багатопрогінного переходу

Перед виконанням розрахунку напруженого стану верхньої нитки трубопроводу потрібно визначити інтервали між опорами, подібно до багатопрогінного балкового переходу з консолями. Конструктивне виконання та розрахункова схема такої системи подані на рис. 2 [1].



а) – конструкція переходу; б) – розрахункова схема; в) – епюра моментів згину; 1 – трубопровід; 2 – консоль; 3 – опора з поздовжньо-рухомою опорною частиною; 4 – опора з нерухомою опорною частиною; 5 – водойма
Рис. 2. Багатопрогінний двоконсольний балковий перехід

Максимальна допустима довжина прогону між опорами визначається з умови забезпечення міцності трубопроводу

$$[l] = \sqrt{\frac{12W(R_2 - \sigma_{\text{нов}(P)})}{q_{\text{mp}}}}, \quad (1)$$

де R_2 – розрахунковий опір трубної сталі; $\sigma_{\text{нов}(P)}$ – розрахункове поздовжнє напруження від дії внутрішнього тиску.

Після визначення максимально допустимої відстані між опорами верхньої нитки необхідно встановити її фактичне значення. Реальний крок опор обирається з урахуванням таких вимог:

1. розташування опор верхнього трубопроводу має забезпечувати їхнє спирання на існуючі опори нижньої нитки, що дає змогу зменшити додаткове навантаження на нижній трубопровід;

2. крок опор повинен бути однаковим у межах прольоту між опорами нижнього трубопроводу;

3. фактична відстань між опорами не може перевищувати значення, визначене за формулою (1).

Максимальне вертикальне переміщення в середині прогону можна визначити за такою формулою

$$f = \frac{q_{\text{mp}}[l]^4}{384EI}. \quad (2)$$

Орієнтовано максимальний момент згину у прогоні та моменти згину на опорах можна визначити як [1]

$$M_{\text{x max}} = \frac{q_{\text{mp}}[l]^2}{24}, \quad (3)$$

$$M_{\text{on}} = -\frac{q_{\text{mp}}[l]^2}{12}. \quad (4)$$

Однак практичний досвід свідчить, що згинальні моменти у першому та останньому прогонах, а також на крайніх опорах, значно перевищують значення, отримані за формулами (3) та (4). Для коректної перевірки трубопроводу на міцність необхідно визначити найбільший момент, що виникає в стінці труби. Саме тому для аналізу напруженого стану доцільно застосовувати рівняння трьох моментів.

Розглянемо верхню нитку переходу (див. рис. 1) як статично невизначувану балку, що спирається на десять опор (рис. 3, а). Відповідно до рекомендацій [1-7], її розрахункова схема подана на рис. 3, б, а еквівалентну модель наведено на рис. 3, в.

У загальному вигляді рівняння трьох моментів записують у формі, наведеній у джерелі [6]

$$M_{i-1}l_i + 2M_i(l_i + l_{i+1}) + M_{i+1}l_{i+1} = -6\left(\frac{\Omega_i a_i}{l_i} + \frac{\Omega_{i+1} b_{i+1}}{l_{i+1}}\right), \quad (5)$$

де M_{i-1} , M_i , M_{i+1} – невідомі згинаючі моменти в перерізах де встановлено шарніри; l_i , l_{i+1} – відстані між опорами; Ω_i , Ω_{i+1} – площі епюр від заданого навантаження на відповідному прогоні; a_i , b_{i+1} –

Систему з восьми рівнянь трьох моментів, що відповідає розрахунковій схемі даної балки має вигляд

[illegible]

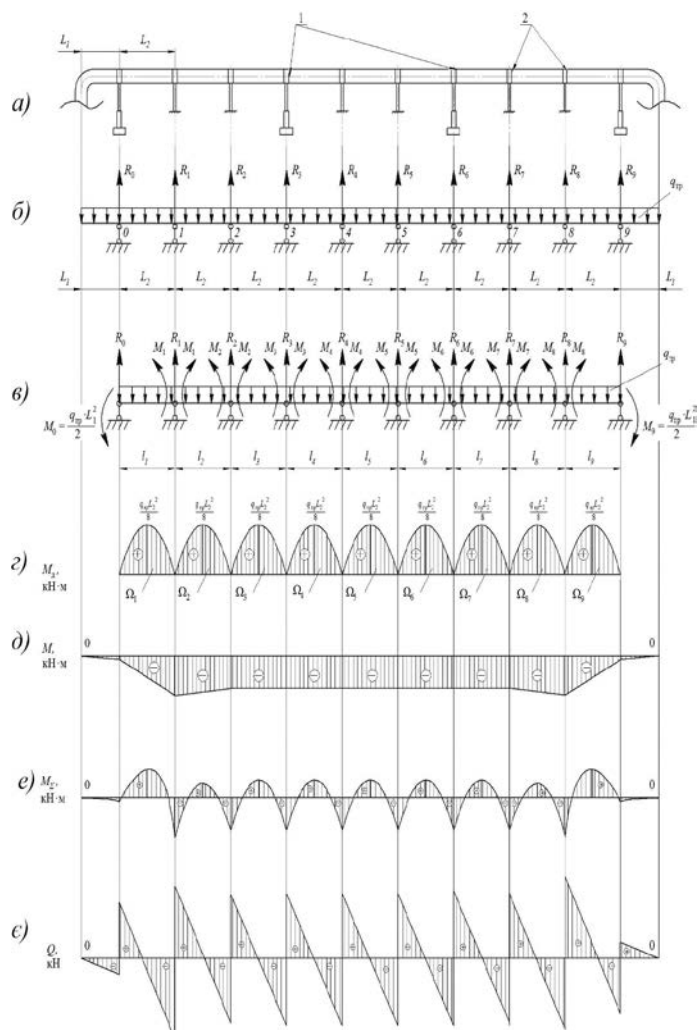
В системі (6) маємо

$$\begin{aligned} M_0 &= M_9 = -\frac{q_{mp} L_1^2}{2}; \quad l_1 = l_2 = \dots = l_9 = L_2; \\ \Omega_1 &= \Omega_2 = \dots = \Omega_9 = \Omega = \frac{2}{3} \frac{q_{mp} L_2^2}{8} L_2 = \frac{q_{mp} L_2^3}{12}; \\ a_1 &= a_2 = \dots = a_9 = b_1 = b_2 = \dots = b_9 = \frac{L_2}{2}. \end{aligned}$$

Тоді система (6) матиме вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} M_0 + 4M_1 + M_2 = -\frac{q_{mp} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = -\frac{q_{mp} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_2 + 4M_3 + M_4 = -\frac{q_{mp} \cdot L_2^2}{2}, \\ \\ M_7 + 4M_8 + M_9 = -\frac{q_{mp} \cdot L_2^2}{2}, \end{array} \right. \quad (7)$$

Застосувавши відповідні математичні методи, обчислюють значення згинальних моментів $M_1, M_2, M_3, \dots, M_8$. На основі отриманих результатів формується епюра моментів (рис. 3, д).



1 – точки спирання на основну опору; 2 – точки опирання на нижній трубопровід

Рис. 3. Розрахункова схема та епюри M і Q для верхнього трубопроводу

Після цього переходять до визначення опорних реакцій. Спочатку обчислюють реакції кожної окремої простої балки від заданих навантажень та від моментів, прикладених у точках опирання.

Позначимо ці реакції для i -того прогону через A_i і B_i

$$A_i = A_i^0 + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i}, \quad (8)$$

$$B_i = B_i^0 - \frac{M_i - M_{i-1}}{l_i}, \quad (9)$$

де A_i^0 і B_i^0 – реакції тільки від заданого навантаження в i -тому прогоні.

Повна реакція i -тої опори

$$R_i = B_i + A_{i+1}. \quad (10)$$

На основі виконаних обчислень формують сумарну епіюру згинальних моментів та епіюру поперечних сил, що подані на рисунках 3, е та 3, є відповідно. Подальший аналіз цих графічних залежностей дає змогу визначити найбільший згинальний момент, а також максимальне значення реакції опори, відповідно, $M_{\max}$ і $R_{\max}$.

Для перевірки нижнього трубопроводу на міцність необхідно визначити максимальний згинальний момент, що виникає в його стінці з урахуванням додаткового навантаження від верхньої нитки. З цією метою верхній перехід умовно вилючають із розрахункової схеми, а в місцях його спирання на нижній трубопровід прикладають сили P_i . За величиною ці сили відповідають опорним реакціям верхнього трубопроводу, що узгоджується з третім законом Ньютона. Для спрощення подальших обчислень приймемо припущення $P_i = P = R_{\max}$ тобто прирівняємо всі сили P_i до найбільшого значення опорної реакції. Такий підхід забезпечує додатковий запас міцності конструкції.

За цих умов нижню частину переходу (рис. 4, а) можна розглядати як статично невизначувану балку, що спирається на дев'ять опор. Відповідна розрахункова схема показана на рис. 4, б. Розрахунок виконується аналогічно до методики, застосованої для верхнього трубопроводу, з використанням рівняння трьох моментів. Еквівалентна модель подана на рис. 4, в.

Запишемо систему з семи рівнянь трьох моментів для розрахункової балки

$$\left\{ \begin{array}{l} M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6 \left(\frac{\Omega_1 a_1}{l_1} + \frac{\Omega_2 b_2}{l_2} \right), \\ M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = -6 \left(\frac{\Omega_2 a_2}{l_2} + \frac{\Omega_3 b_3}{l_3} \right), \\ M_2 l_3 + 2M_3(l_3 + l_4) + M_4 l_4 = -6 \left(\frac{\Omega_3 a_3}{l_3} + \frac{\Omega_4 b_4}{l_4} \right), \\ M_3 l_4 + 2M_4(l_4 + l_5) + M_5 l_5 = -6 \left(\frac{\Omega_4 a_4}{l_4} + \frac{\Omega_5 b_5}{l_5} \right), \\ M_4 l_5 + 2M_5(l_5 + l_6) + M_6 l_6 = -6 \left(\frac{\Omega_5 a_5}{l_5} + \frac{\Omega_6 b_6}{l_6} \right), \\ M_5 l_6 + 2M_6(l_6 + l_7) + M_7 l_7 = -6 \left(\frac{\Omega_6 a_6}{l_6} + \frac{\Omega_7 b_7}{l_7} \right), \\ M_6 l_7 + 2M_7(l_7 + l_8) + M_8 l_8 = -6 \left(\frac{\Omega_7 a_7}{l_7} + \frac{\Omega_8 b_8}{l_8} \right), \end{array} \right. \quad (11)$$

Далі виконують побудову епюр згинальних моментів у кожному прогоні під дією заданих навантажень (рис. 4, г). В системі (11) маємо

$$M_0 = -\frac{q_{mp.n} L_1^2}{2}; \quad M_8 = -\frac{q_{mp.n} L_3^2}{2}; \quad l_1 = l_2 = \dots = l_7 = L_2;$$

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_6 = \Omega_7 = \Omega_8 = \frac{2}{3} \frac{q_{mp.n} L_2^2}{8} L_2 = \frac{q_{mp.n} L_2^3}{12};$$

$$\Omega_3 = \Omega_4 = \Omega_5 = \frac{2}{3} \left(\frac{PL_2}{3} + \frac{q_{mp.n} L_2^2}{8} \right) L_2 = \frac{2PL_2^2}{9} + \frac{q_{mp.n} L_2^3}{12};$$

$$a_1 = a_2 = \dots = a_8 = b_1 = b_2 = \dots = b_8 = \frac{L_2}{2}.$$

Тоді система (11) матиме вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} M_0 + 4M_1 + M_2 = -\frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = -\frac{2 \cdot P \cdot L_2}{3} - \frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_2 + 4M_3 + M_4 = -\frac{4 \cdot P \cdot L_2}{3} - \frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_3 + 4M_4 + M_5 = -\frac{4 \cdot P \cdot L_2}{3} - \frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_4 + 4M_5 + M_6 = -\frac{2 \cdot P \cdot L_2}{3} - \frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_5 + 4M_6 + M_7 = -\frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}, \\ M_5 + 4M_6 + M_7 = -\frac{q_{mp.n} \cdot L_2^2}{2}. \end{array} \right. \quad (12)$$

За допомогою необхідних математичних перетворень визначають значення згинальних моментів $M_1, M_2, M_3, \dots, M_7$. На основі отриманих даних формується відповідна еюра моментів (рис. 4, д).

Після цього обчислюють реакції опор. За результатами розрахунків будуються сумарна еюра згинальних моментів і еюра поперечних сил, подані на рис. 4, е та 4, є.

Проаналізувавши еюри моментів і поперечних сил на рис. 4, е та є, можна визначити значення максимального моменту та максимального значення реакції опори, відповідно, $M_{\max}$ і $R_{\max}$.

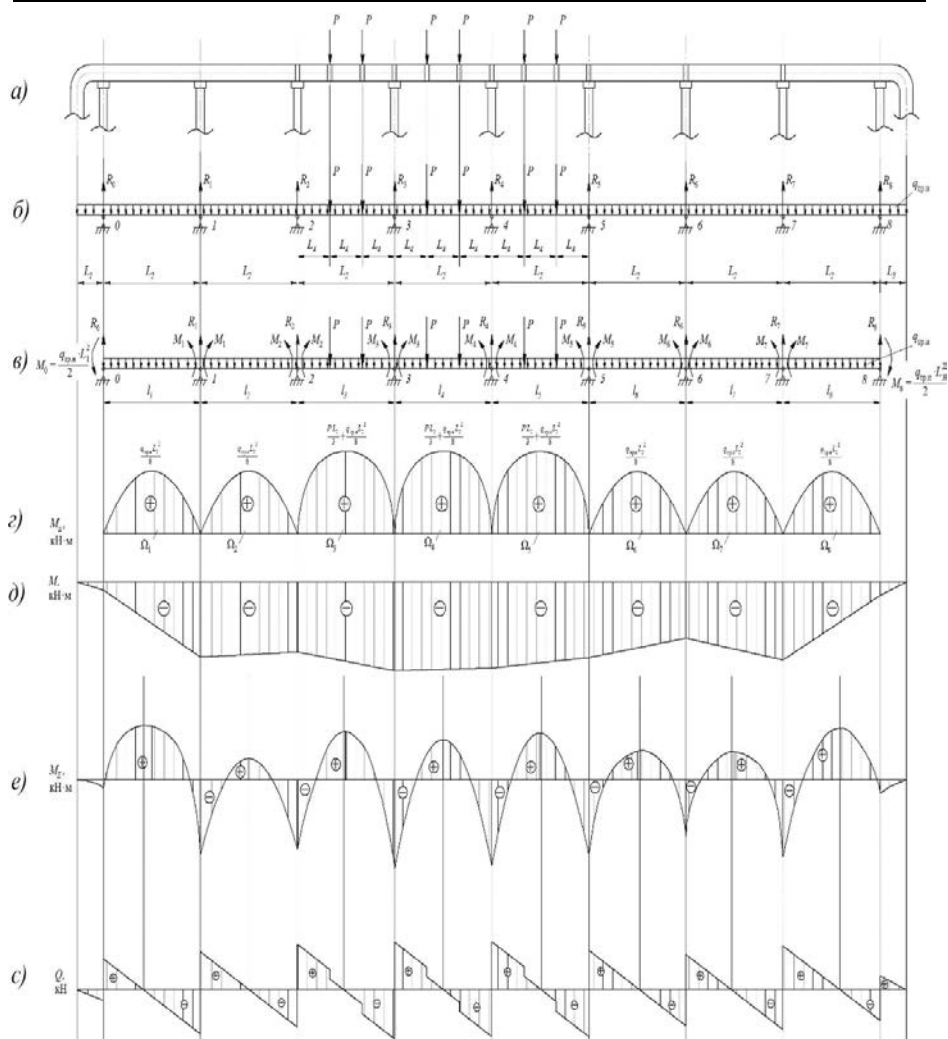


Рис. 4. Розрахункова схема та епюри M і Q для нижнього трубопроводу

В загальному випадку при проектуванні переходів трубопроводів необхідно визначати максимально допустиму довжину прогону, виходячи з умови міцності.

В нашому випадку відстані між опорами відомі, тому необхідно провести розрахунок моментів та поперечних сил, що діють у трубопроводі, побудувати епюри та перевірити забезпечення необхідного рівня міцності трубопроводу від згину за умовою

$$\frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma_{32}], \quad (13)$$

де $M_{\max}$ – максимальний момент згину в трубопроводі; W – момент опору поперечного перерізу труби; $[\sigma_{32}]$ – допустиме напруження згину.

Повна перевірка міцності повинна проводитися за еквівалентними напруженнями з урахуванням поздовжнього напруження від внутрішнього тиску та температури, як це передбачено нормативними документами та іншими джерелами літератури [1, ст. 374-380] для переходів трубопроводів.

Для визначення максимального прогину в середині прольоту багатопролітного переходу можна використовувати формулу (2), однак вона може застосовуватися лише для верхнього трубопроводу. У випадку нижньої нитки, на яку в окремих точках додатково діють сили впливу від верхнього трубопроводу P , необхідно застосовувати інший підхід до оцінювання прогинів.

Перш ніж переходити до визначення деформацій статично невизначуваної балки, слід усунути статичну невизначеність, тобто знайти опорні реакції, реактивні моменти або моменти в точках спирання. Після цього кожний проліт розглядають окремо, завантажуючи його всіма активними та реактивними силами – зовнішніми навантаженнями, опорними реакціями та моментами. Для такої схеми прогини визначають як для звичайної двохопорної балки, застосовуючи відомі методи, описані вище.

Деформації в будь-якому перерізі можуть бути знайдені також за допомогою формули Максвелла-Мора, методу Верещагіна чи інших класичних прийомів розрахунку. У разі потреби отримати точні значення максимальної деформації доцільно використовувати аналітичний метод, що базується на диференціальному рівнянні пружної лінії балки [8].

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}. \quad (14)$$

В цьому рівнянні згинальний момент $M(x)$ визначається для недеформованої балки. Інтегруючи дане рівняння перший раз, матимемо вираз для кута повороту

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M(x)}{EI} dx + C, \quad (15)$$

який містить у собі одну довільну сталу C . Інтегруючи другий раз, отримаємо вираз для прогину $y(x)$

$$y(x) = \int dx \int \frac{M(x)}{EI} dx + Cx + D, \quad (16)$$

де є дві сталі C і D . Значення цих сталих визначають з умов закріплення балки.

Визначення прогинів у балках шляхом безпосереднього інтегрування диференціального рівняння пружної лінії при наявності великої кількості ділянок є досить складним, оскільки потребує багатоетапного визначення довільних сталих інтегрування. Щоб зменшити трудомісткість такого підходу, доцільно використовувати метод початкових параметрів.

Відповідно до цього методу універсальне рівняння пружної лінії балки, яке дає змогу знайти прогин у будь-якому перерізі, має такий вигляд [8]

$$y(x) = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[M_0 \frac{x^2}{2!} + Q_0 \frac{x^3}{3!} + \sum M \frac{(x-a)^2}{2!} + \sum P \frac{(x-b)^3}{3!} + \sum q \frac{(x-c)^4}{4!} - \sum q \frac{(x-d)^4}{4!} \right] \quad (17)$$

Диференціюючи отримане рівняння, можна записати універсальний вираз для визначення кутів повороту перерізів балки

$$\theta(x) = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[M_0 \frac{x}{1!} + Q_0 \frac{x^2}{2!} + \sum M \frac{(x-a)}{1!} + \sum P \frac{(x-b)^2}{2!} + \sum q \frac{(x-c)^3}{3!} - \sum q \frac{(x-d)^3}{3!} \right] \quad (18)$$

Отже, для обчислення переміщень нижнього трубопроводу у випадку, поданому на рис. 4, б, запишемо таке рівняння

$$y(x) = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[q_{mp-n} \frac{x^4}{24} + R_0 \frac{[x-L_1]^3}{6} + R_1 \frac{[x-(L_1+L_2)]^3}{6} + R_2 \frac{[x-(L_1+2L_2)]^3}{6} - \right. \\ \left. - P \frac{[x-(L_1+2L_2+L_4)]^3}{6} - P \frac{[x-(L_1+2L_2+2L_4)]^3}{6} + R_3 \frac{[x-(L_1+3L_2)]^3}{6} - \right. \\ \left. - P \frac{[x-(L_1+3L_2+L_4)]^3}{6} - P \frac{[x-(L_1+3L_2+2L_4)]^3}{6} + R_4 \frac{[x-(L_1+4L_2)]^3}{6} - \right. \\ \left. - P \frac{[x-(L_1+4L_2+L_4)]^3}{6} - P \frac{[x-(L_1+4L_2+2L_4)]^3}{6} + R_5 \frac{[x-(L_1+5L_2)]^3}{6} + \right. \\ \left. + R_6 \frac{[x-(L_1+6L_2)]^3}{6} + R_7 \frac{[x-(L_1+7L_2)]^3}{6} + R_8 \frac{[x-(L_1+8L_2)]^3}{6} \right] \quad (19)$$

Геометричні початкові параметри y_0 та θ_0 визначають із умови, що переміщення в опорних точках дорівнюють нулю.

Для визначення переміщень окремих перерізів з певним кроком Для отримання переміщень у вибраних перерізах із заданим кроком застосовують відповідні математичні методи. Щоб знайти максимальні прогини, рівняння (19) диференціюють, після чого прирівнюють праву частину похідної до нуля та визначають корені отриманого рівняння. Інакше кажучи, необхідно знайти точки, у яких епюра кутів повороту перерізів балки перетинає вісь OX , оскільки саме в цих положеннях прогини досягають екстремальних значень. Далі, підставивши знайдені координати у рівняння (19), обчислюють відповідні переміщення, а серед отриманих величин вибирають найбільшу – вона й буде стрілою прогину f .

Після визначення прогинів та кутів повороту перерізів трубопроводу можна перейти до перевірки його жорсткості за умовою

$$f \leq [f]. \quad (20)$$

Однак цю умову можливо проконтролювати лише за наявності допустимого значення стріли прогину $[f]$, яке задається вимогами експлуатації або встановлюється експериментальним шляхом.

Висновки

Ефективне та надійне функціонування газотранспортної інфраструктури, особливо в частині надземних переходів, критично залежить від коректної оцінки їхнього напружено-деформованого стану (НДС). Ця вимога є особливо актуальною для складних двониткових балкових переходів, які практично не представлені в існуючій науковій літературі, що підкреслює актуальність проведеного дослідження. Існуючі методики розрахунку, засновані на спрощених припущеннях про рівність згинальних моментів, знижують точність оцінювання НДС, оскільки моменти на крайніх опорах та в крайніх прогонах суттєво перевищують розрахункові значення.

Розроблена розрахункова модель дозволяє подолати ці недоліки, забезпечуючи більш достовірне визначення НДС. Для цього доцільно застосовувати рівняння трьох моментів для розрахунку статично невизначуваної балки. Комплексний аналіз передбачає послідовний розрахунок НДС верхньої нитки і подальший розрахунок нижньої нитки, який обов'язково враховує додаткове навантаження від верхнього трубопроводу, що передається через опорні реакції відповідно до третього закону Ньютона.

Проведення такого розрахунку дозволяє визначити найбільший згинальний момент і максимальне значення реакції опори, що є необхідною умовою для перевірки міцності надземного трубопроводу. Крім того, для оцінки жорсткості системи і визначення прогинів, особливо для нижньої нитки, на яку діють зосереджені сили, необхідно застосовувати аналітичний метод, заснований на диференціальному рівнянні пружної лінії балки або методі початкових параметрів, оскільки спрощені формули не можуть бути застосовані. Таким чином, дослідження забезпечує можливість адекватного оцінювання міцності та експлуатаційної надійності складних надземних переходів.

Слід відмітити, що запропонована модель має наближений характер і є спрощеною розрахунковою схемою для інженерних розрахунків. Вона не враховує сумісність деформацій двох ниток трубопроводу, оскільки опори (рис. 3, поз. 2) прийняті ідеально жорсткими, а розрахунок ведеться послідовно. Дана модель може бути використана для попередньої оцінки напружено-деформованого стану. Розробка інтегрованої математичної моделі для спільного розрахунку системи двох трубопроводів з урахуванням сумісності деформацій обох ниток та пружної податливості опорних елементів (наприклад, шляхом використання методу сил або методу кінцевих елементів) буде напрямком для подальших досліджень.

Література

1. Дорошенко Я. В. Спорудження магістральних трубопроводів: підручник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2009. – 517 с.
2. Orynyak V., Lokhman V., Sydor D., Radchenko S.A., Borodiia M.V. Analysis of the stress-strain state of an air crossing of pipeline in the course of repair // *Strength of Materials*. 2009. Vol. 41, No. 5. P. 581-591. <https://doi.org/10.1007/s11223-009-9149-9>.
3. Velychkovych A., Andrusyak A.V., Pryhorovska T., Ropyak L. Analytical model of oil pipeline over ground transitions, laid in mountain areas // *Oil&Gas Science and Technology – Revue IFP Energies nouvelles*. 2019. Vol. 74, No. 2. <https://doi.org/10.2516/ogst/2019039>.
4. Білобран Б. С., Дзюбик А. Р., Яновський С. Р. Вплив монтажного пружного згину на напружено-деформований стан надземних переходів магістральних нафтопроводів у горах // *Нафтогазова галузь України*. – 2013. – № 4. – С. 30–33.
5. Гайдаш, Л. М. Удосконалення відомого методу розрахунку оптимальної довжини консолей балкових переходів газонафтопроводів через перешкоди / Л. М. Гайдаш // *Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу*. – 2011. – № 3. – С. 21-23.
6. Yeo IC, Roh M, Chun DH, Jang SH, Heo JW. Optimal arrangement design of pipelines up port by considering safety and production cost. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* 2023; 15: 100531, <https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2023.100531>.
7. Avrithi K., Kim H. Optimization of Piping Supports and Supporting Structure // *Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME*. 2017. Vol. 139, No. 4. <https://doi.org/10.1115/1.4036144>.
8. Писаренко Г. С. Опір матеріалів: підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський; за ред. Г. С. Писаренка; 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с. – ISBN 966-642-056-2.

Стаття надійшла до редакційної колегії 07.11.2025 р.

Прийнято до друку 02.12.2025 р.

FEATURES OF STRESS-STRAIN STATE CALCULATION FOR COMPLEX SYSTEMS OF OVERHEAD PIPELINE CROSSINGS

V. M. Voznyi , N. M. Zapukhliak , I. O. Datsko ,
N. Ya. Drin , T. Yu. Pyrig 

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;
76019, Ivano-Frankivsk, 15 Karpatska Street;
tel. +38 (0342) 72-71-38; e-mail: nataliia.zapukhliak@nung.edu.ua*

The article is dedicated to the improvement of the methodology for calculating the stress-strain state of complex systems of overhead pipeline

crossings, particularly two-string multi-span structures where pipelines are positioned one above the other. The relevance of the research is driven by the growing need for laying pipelines in mountainous areas and the necessity of utilizing existing support systems to reduce construction costs. It is shown that traditional approaches, based on simplified assumptions regarding the equality of bending moments in spans and at supports, do not reflect the actual operating conditions of the crossings and can significantly underestimate maximum stresses, especially in the edge sections.

The paper develops a detailed methodology that involves the stepwise determination of pipeline geometric parameters and loads from self-weight, product, snow, ice, and wind effects. The stress-strain state of the upper and lower strings is calculated based on the three-moment equation, followed by the determination of support reactions and the construction of bending moment and shear force diagrams. For the lower pipeline, the additional influence from the upper string is taken into account, which is modeled through applied forces equivalent to the support reactions.

Special attention is paid to determining deflections: for complex statically indeterminate systems, the initial parameters method is applied, which ensures high accuracy in calculating displacements at any point of the beam. The proposed methodology allows for obtaining reliable values for forces and displacements, which is essential for verifying the strength and stiffness of overhead crossings and ensuring their reliable operation in difficult terrain conditions.

Key words: *overhead crossing; multi-span pipeline; two-string system; stress-strain state; three-moment equation; bending moment; support reactions; deflection; pipeline stiffness; initial parameters method.*