

Математичне моделювання та обчислювальні методи =====

УДК 622.245.5:620.172:519.23

MSC 2020: 74B15

DOI: 10.31471/2304-7399-2025-21(79)-92-114

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ ТВЕРДОГО МАТЕРІАЛУ ВІД ПРИЗМОВОЇ МІЦНОСТІ ТА ДЕФОРМАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗА РІЗНИХ ТЕМПЕРАТУР ТВЕРДІННЯ МЕТОДОМ BACKWARD ELIMINATION ТА LASSO

В. В. Тирлич 

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380(3422)71-72-31; e-mail: volodymyr.tyrlych@nunq.edu.ua*

У статті представлено результати комплексного дослідження впливу фізико-механічних властивостей цементного каменю на його модуль пружності з використанням методів кореляційно-регресійного аналізу. Дослідження проводилося з урахуванням температурних режимів твердіння, які моделюють реальні умови цементування свердловин у нафтогазовій галузі. Основна увага приділялася встановленню взаємозв'язку між призмовою міцністю, деформаційними параметрами та модулем пружності. Для цього побудовано та проаналізовано три типи регресійних моделей: повна модель, спрощена модель (Backward Elimination) та Lasso-регресія. Застосування цих підходів дозволило не лише визначити ключові предиктори, але й оцінити їхню вагомість у різних температурних умовах.

Особливу увагу було приділено діагностиці моделей: перевірці нормальності залишків, наявності автокореляції та гетероскедастичності. Проведено валідацію моделей із використанням коефіцієнта детермінації (R^2), середньоквадратичної похибки (RMSE) та середньої абсолютної похибки (MAE). Результати показали, що призмova міцність є основним фактором, який визначає модуль пружності, тоді як деформаційні параметри мають другорядний вплив, значення якого зростає зі збільшенням температури. Це вказує на необхідність урахування температурного чинника під час прогнозування механічних властивостей цементного каменю.

Практичне значення дослідження полягає у можливості використання отриманих залежностей для оптимізації складу тампонажних розчинів з урахуванням конкретних геотермічних умов свердловини. Це сприятиме підвищенню довговічності цементного кільця, зменшенню ризику міжколонних перетоків та забезпеченню герметичності експлуатаційної колони. Таким чином, робота робить внесок у розвиток методів прогнозування механічних характеристик цементного каменю і має як теоретичне, так і прикладне значення для нафтогазової промисловості.

Ключові слова: модуль пружності, цементний камінь, температура, повзучість, деформації, регресійний аналіз.

Вступ

Цементування свердловин є ключовим етапом у процесі будівництва та експлуатації нафтових і газових свердловин. Надійність та довговічність цементного кільця визначають герметичність обсадної колони, стійкість до міжколонних перетоків і загальну безпеку експлуатації. Проте термобаричні умови, що змінюються по глибині свердловини, істотно впливають на формування структури та механічні властивості цементного каменю [1, 2]. Це зумовлює необхідність глибокого вивчення його поведінки при різних температурах твердіння.

Сучасні дослідження свідчать, що модуль пружності цементного каменю є критичним параметром, який визначає його здатність чинити опір деформаціям і зберігати цілісність під дією механічних та температурних навантажень [3-5]. Традиційні підходи до оцінки цього показника ґрунтуються на експериментальних випробуваннях, однак вони є тривалими, ресурсоємними та не завжди дозволяють врахувати весь комплекс факторів, що впливають на властивості матеріалу.

Застосування методів кореляційно-регресійного аналізу у поєднанні з сучасними методами регуляризації (Backward Elimination, Lasso-регресія) відкриває нові можливості для прогнозування модуля пружності на основі доступних фізико-механічних характеристик цементного каменю [6-7]. Такий підхід дає змогу не лише підвищити точність прогнозів, але й визначити ключові фактори, що відіграють провідну роль у формуванні механічної поведінки матеріалу за різних температурних режимів [8].

Актуальність дослідження обумовлена тим, що на практиці умови цементування суттєво відрізняються залежно від глибини та геотермічного профілю свердловини. На поверхневих ділянках переважають низькотемпературні умови, тоді як на значних глибинах цементний камінь зазнає впливу підвищених температур і тисків. Відповідно, зміна ролі міцнісних та деформаційних параметрів із ростом температури є критичним чинником, який необхідно враховувати при проектуванні складу тампонажних розчинів [1, 4, 9].

Таким чином, використання регресійних моделей дозволяє не лише підвищити ефективність прогнозування властивостей цементного

каменю, а й створити наукове підґрунтя для оптимізації технологій цементування свердловин, що безпосередньо впливає на надійність та безпеку роботи нафтогазових об'єктів [5, 10].

Аналіз вітчизняних досліджень і публікацій

Вивчення модуля пружності цементного каменю є ключовим етапом у розумінні його поведінки в умовах високих температур і тисків, характерних для будівництва та експлуатації нафтогазових свердловин. Модуль пружності визначає здатність цементного кільця чинити опір деформаціям та забезпечувати герметичність обсадної колони під дією термобаричних навантажень.

Дослідження Yang H. та ін. [13] присвячене аналізу механічної поведінки цементних розчинів, які тверднули за умов підвищених температур і тисків. Автори встановили, що перевищення температури 120 °C призводить до істотного зменшення модуля пружності цементного каменю внаслідок розвитку мікротріщин і дегідратації гідратних фаз. Li H. та ін. [12] дослідили вплив температури та тиску на механічні властивості цементу для свердловин, продемонструвавши, що зростання температури до 200 °C викликає нелінійне зниження модуля пружності і змінює співвідношення між пружною та пластичною деформацією, що важливо враховувати при проєктуванні цементування глибоких свердловин.

Granja J. та ін. [11] у своїх експериментальних дослідженнях підтвердили, що температура має суттєвий вплив на розвиток модуля пружності цементного матеріалу на ранніх стадіях твердіння. Автори побудували регресійні залежності для прогнозування еволюції модуля пружності на основі температурних режимів і віку цементного каменю, що дозволяє робити оцінку жорсткості без проведення повномасштабних випробувань у кожному окремому температурному режимі.

Щодо методів прогнозування, у дослідженнях цементного каменю та цементних композицій широко застосовують кореляційно-регресійні підходи. Лінійні багатофакторні моделі залишаються поширеними завдяки простоті інтерпретації та можливості кількісно оцінити внесок окремих факторів, таких як температура твердіння, тиск випробування, вік цементного каменю та густина матеріалу [11, 12]. Побудовані залежності дають змогу прогнозувати модуль пружності та деформаційну поведінку без проведення повномасштабних випробувань для кожного конкретного термобаричного режиму, що є критично важливим у задачах проєктування цементування глибоких свердловин [12].

Закордонні дослідження демонструють активне застосування методів статистичного моделювання, зокрема кореляційно-регресійного аналізу, для прогнозування пружних характеристик цементних систем [11, 12]. Такі підходи дозволяють кількісно оцінювати вплив температури, густини та часу твердіння на формування мікроструктури та механічної жорсткості цементного каменю. Зокрема, встановлено, що еволюція модуля пружності на ранніх стадіях твердіння може бути описана узагальненою регресійною залежністю через еквівалентний (умовний) вік матеріалу, що враховує температуру твердіння [11], а для

свердловинних умов модуль пружності та частка пружної деформації залежать від поєднаної дії підвищеної температури і тиску [12].

В Україні питання оцінювання модуля пружності цементного каменю за умов високих температур і тисків вивчається переважно в прикладному контексті підвищення герметичності обсадних колон і надійності цементування свердловин. Результати зарубіжних досліджень активно адаптуються українськими фахівцями для моделювання поведінки цементного кільця в геотермічних умовах родовищ Карпатського та Дніпровсько-Донецького басейнів.

Таким чином, аналіз наукових джерел показує, що температура, час твердіння та мікроструктурні характеристики прямо впливають на модуль пружності цементного каменю. Застосування кореляційно-регресійного аналізу дає змогу будувати інженерно придатні моделі для прогнозу цих властивостей і оптимізації технології цементування свердловин.

Мета роботи та обґрунтування необхідності її виконання

Мета дослідження полягає у встановленні закономірностей формування модуля пружності цементного каменю в умовах різних температур твердіння шляхом застосування методів кореляційно-регресійного аналізу та оцінки можливості їх практичного використання для прогнозування поведінки тампонажних матеріалів при цементуванні свердловин.

Актуальність поставленої мети зумовлена тим, що в процесі цементування свердловин цементний камінь зазнає значних термобаричних навантажень, які суттєво змінюють його міцнісні та деформаційні властивості. Це, у свою чергу, визначає довговічність і герметичність цементного кільця, а також безпеку подальшої експлуатації свердловини.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі завдання:

1. Провести кореляційний аналіз між модулем пружності цементного каменю та його основними фізико-механічними параметрами (віком, призмовою міцністю, деформаційними характеристиками) за різних температур твердіння.
2. Побудувати та порівняти різні регресійні моделі (повну (OLS), спрощену за методом Backward Elimination та Lasso-модель) для прогнозування модуля пружності.
3. Виконати діагностику побудованих моделей із застосуванням статистичних критеріїв (Shapiro-Wilk, Durbin-Watson, перевірка гетероскедастичності (Breusch-Pagan)) для перевірки їх адекватності.
4. Провести валідацію моделей на основі показників R^2 , RMSE та MAE для оцінки точності та стабільності прогнозів.
5. Побудувати порівняльні графіки прогнозування для різних моделей та проаналізувати їх ефективність залежно від температурних умов.

Методика досліджень та вхідні дані

Для досягнення поставленої мети дослідження було застосовано комплекс методів статистичного та регресійного аналізу, що дозволя-

ють оцінити зв'язок фізико-механічних параметрів цементного каменю та його модуля пружності в умовах різних температур твердіння.

На першому етапі для оцінювання взаємозв'язків між досліджуваними показниками використано коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона r , який характеризує ступінь лінійної залежності між змінними. Статистичну значущість визначали за відповідними p -значеннями ($p < 0,05$ – зв'язок вважався значущим). Порівняння «тісноти» зв'язків між різними парами змінних у межах вибірки не проводилося, тому подальші висновки стосуються лише наявності та напрямку статистично значущого лінійного зв'язку [14, 15]. Це дозволило ідентифікувати основні змінні, які визначають варіацію результативної ознаки.

На другому етапі побудовано регресійні моделі трьох типів: 1. Повна модель (OLS) – із залученням усіх доступних пояснювальних змінних (предикторів) [16].

2. Спрощена модель (BE) – сформована за методом поетапного відбору змінних (Backward Elimination), який дає змогу мінімізувати вплив мультиколінеарності та залишити лише статистично значущі предиктори [17, 18].

3. Lasso-модель – із використанням L_1 -регуляризації, що одночасно здійснює відбір змінних і стабілізує оцінки параметрів у разі сильної кореляції між предикторами [16, 19].

Для оцінки якості побудованих моделей застосовано стандартні статистичні критерії:

- R^2 (коефіцієнт детермінації) для оцінки частки поясненої дисперсії;

- RMSE (корінь середньоквадратичної похибки) та MAE (середня абсолютна похибка) для кількісної характеристики точності прогнозу [20, 21].

Додатково виконано аналіз залишків, що включав перевірку нормальності розподілу (критерій Shapiro-Wilk), автокореляції (статистика Durbin-Watson) та гетероскедастичності (Breusch-Pagan) [22, 23]. Це дозволило оцінити відповідність отриманих моделей класичним припущенням лінійної регресії. Для перевірки стійкості моделей використано процедуру перехресної перевірки (k -foldcross-validation, CV), що дозволила зіставити їх прогностичну здатність у різних підвибірках даних [24].

Обчислення виконувалися у середовищі **Python 3.11** із використанням бібліотек *pandas*, *numpy*, *scikit-learn*, *statsmodels* та *matplotlib*. Обробку даних і побудову графіків здійснено в середовищі *Jupyter Notebook*. Для додаткової перевірки узгодженості вхідних даних, відтворення окремих проміжних розрахунків та контролю правильності обробки застосовувалися електронні таблиці *Microsoft Excel*.

Таким чином, методика досліджень базувалася на поєднанні класичних регресійних підходів із сучасними методами регуляризації та валідації, що забезпечило комплексне оцінювання впливу факторів на модуль пружності цементного каменю та підвищило надійність висновків для подальшого практичного застосування у цементуванні свердловин.

У дослідженні використано експериментальні дані цементного каменю на основі портландцементу ПЦТ-ІГ при різних температурах (20°C, 40°C та 75 °C). Дані отримано відповідно до вимог міжнародних та національних стандартів [25-27] і вони містять виміряні значення модуля пружності (E) та факторні змінні: вік зразка (x_1), призмova міцність (x_2), повзучість (x_3), залишкові деформації (x_4) та максимальні деформації (x_5) (див. табл.1 у файлі дані.pdf).

Таблиця 1. Результати досліджень пружних властивостей цементного каменю на основі портландцементу ПЦТ-ІГ при температурі формування 20 °C, 40 °C та 75 °C

Вік зразка, доби	Модуль пружності, ГПа	Призмova міцність, МПа	Повзучість, мкм	Залишкові деформації, мкм	Максимальні деформації, мкм
Температура формування зразків 20°C					
1	5,87	3,71	987	765	4677
1	6,93	4,41	968	801	4371
1	6,01	3,45	956	744	4496
1	5,66	4,51	993	812	4122
3	22,94	10,87	247	177	1302
3	25,27	11,52	242	169	1252
3	26,66	12,7	227	155	1139
3	27,0	13,03	217	148	1267
7	38,36	15,75	81	43	705
7	34,23	15,41	87	49	833
7	39,22	13,95	95	40	712
7	36,1	14,44	69	37	756
28	40,94	16,62	74	35	606
28	47,6	17,22	68	31	629
28	46,3	18,3	59	33	612
28	46,81	17,02	61	29	576
Температура формування зразків 40°C					
1	17,7	7,69	320,4	183	1437
1	16,78	7,27	283,3	188	1393
1	15,93	8,56	269,7	180	1345
1	16,05	9,03	297,5	195	1373
3	35,35	14,65	79,6	98	737
3	36,2	15,84	84,4	94	733
3	35,73	14,97	93,0	89	698
3	37,4	16,2	80,0	90	701
7	39,21	17,58	70,7	88	677
7	38,86	17,82	69,6	80	681
7	40,7	18,44	65,3	79	655
7	40,3	18,9	67,5	83	659
28	48,32	19,3	55,6	77	643
28	47,22	18,45	54,6	69	639
28	49,7	19,6	53,8	68	627
28	50,0	19,0	57,3	68	617

Продовження таблиці 1

Температура формування зразків 75 °С					
1	42,34	12,96	51,1	68	788,3
1	38,9	11,88	53,4	71	827,0
1	39,3	13,01	52,0	73	765,2
1	40,4	11,78	51,8	73	804,2
3	46,24	13,65	26,9	56	733,0
3	45,92	14,12	29,4	54	760,3
3	48,7	13,87	30,2	59	740,5
3	44,5	14,22	28,4	55	757,3
7	54,77	14,09	26,3	42	700,1
7	51,33	14,94	25,7	44	688,2
7	55,7	15,14	24,9	39	677,0
7	57,3	15,45	25,1	41	769,7
28	58,2	15,78	21,6	38	654,3
28	57,61	15,54	20,9	36	649,4
28	59,6	16,02	20,4	37	650,3
28	59,0	16,42	22,0	34	640,0

Результати досліджень

Аналіз отриманих експериментальних даних дозволив сформува-ти кількісну базу для оцінки впливу фізико-механічних характеристик цементного каменю на його модуль пружності за різних температур твердіння (20 °С, 40 °С та 75 °С).

Для кількісної інтерпретації взаємозв'язків між основними предикторами (призмовою міцністю та деформаційними параметрами) побудовано графіки відносного впливу факторів (рис. 1).

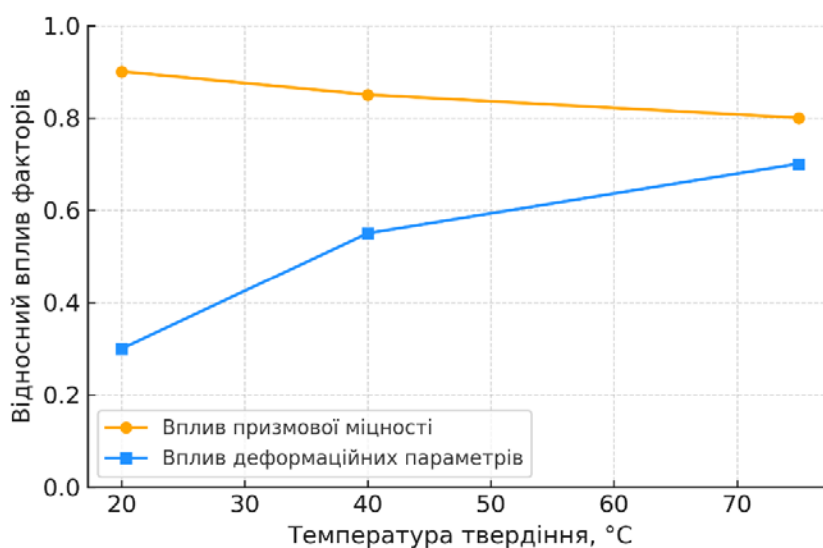


Рис. 1. Відносний вплив призмової міцності та деформаційних параметрів на модуль пружності цементного каменю за різних температур твердіння.

Величини “відносного впливу” отримано на основі стандартизованих коефіцієнтів регресійної моделі, що характеризують внесок кожного фактора у варіацію результативної ознаки (модуля пружності). Стандартизовані коефіцієнти були нормовані до інтервалу $[0; 1]$, що забезпечує можливість порівняння впливу різних предикторів незалежно від їхніх одиниць вимірювання.

Таким чином, побудовані графіки відображають часткову вагу (внесок) кожного з факторів у формуванні модуля пружності при різних температурах твердіння.

Із підвищенням температури спостерігається зменшення відносного впливу призмової міцності та зростання ролі деформаційних параметрів, що свідчить про зміну механізму формування пружних властивостей матеріалу і зумовлює переважання структурно-деформаційних факторів при високотемпературному твердінні.

Подальший кореляційно-регресійний аналіз проведено окремо для кожного температурного режиму, з метою кількісного уточнення зв'язків між модулем пружності та комплексом фізико-механічних предикторів.

Результати для $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

Кореляційний аналіз:

За температури твердіння $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ (див. табл. 2) коефіцієнт кореляції Пірсона вказує на статистично значущий позитивний лінійний зв'язок між модулем пружності та віком зразків ($r = 0,729$, $p = 0,00136$), а також між модулем пружності й призмовою міцністю ($r = 0,982$, $p = 1,68 \cdot 10^{-11}$). Водночас зафіксовано високі від'ємні кореляції між модулем пружності та деформаційними показниками (r від $-0,961$ до $-0,966$, $p < 0,001$), що свідчить про узгоджене зменшення деформацій зі зростанням жорсткості матеріалу. Інтерпретація відмінностей між окремими коефіцієнтами за ступенем «тісноти» не здійснювалася.

Таблиця 2. Повна кореляційна матриця (r ; p) для $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

	Модуль пружності (ГПа)	Вік (діб)	Призмova міцність (МПа)	Повзучість (10^{-6})	Залишкові деформації (10^{-6})	Максимальні деформації (10^{-6})
Модуль пружності (ГПа)	1,000 ($p=0$)	0,729 ($p=0,00136$)	0,982 ($p=1,68\text{e-}11$)	-0,966 ($p=1,22\text{e-}09$)	-0,961 ($p=3,18\text{e-}09$)	-0,963 ($p=2,16\text{e-}09$)
Вік (діб)	0,729 ($p=0,00136$)	1,000 ($p=0$)	0,785 ($p=0,000312$)	-0,569 ($p=0,0213$)	-0,562 ($p=0,0235$)	-0,567 ($p=0,022$)
Призмova міцність (МПа)	0,982 ($p=1,68\text{e-}11$)	0,785 ($p=0,000312$)	1,000 ($p=9,13\text{e-}107$)	-0,936 ($p=9,8\text{e-}08$)	-0,932 ($p=1,45\text{e-}07$)	-0,930 ($p=1,85\text{e-}07$)
Повзучість (10^{-6})	-0,966 ($p=1,22\text{e-}09$)	-0,569 ($p=0,0213$)	-0,936 ($p=9,8\text{e-}08$)	1,000 ($p=9,13\text{e-}107$)	0,999 ($p=6,21\text{e-}21$)	0,996 ($p=2,11\text{e-}16$)
Залишкові деформації (10^{-6})	-0,961 ($p=3,18\text{e-}09$)	-0,562 ($p=0,0235$)	-0,932 ($p=1,45\text{e-}07$)	0,999 ($p=6,21\text{e-}21$)	1,000 ($p=9,13\text{e-}107$)	0,994 ($p=7,32\text{e-}15$)
Максимальні деформації (10^{-6})	-0,963 ($p=2,16\text{e-}09$)	-0,567 ($p=0,022$)	-0,930 ($p=1,85\text{e-}07$)	0,996 ($p=2,11\text{e-}16$)	0,994 ($p=7,32\text{e-}15$)	1,000 ($p=0$)

Регресійний аналіз:**Рівняння моделей:**

Повна модель(OLS):

$$E = 11,515 + 0,058 \cdot x_1 + 0,112 \cdot x_2 - 0,031 \cdot x_3 + 0,026 \cdot x_4 + 0,0004 \cdot x_5.$$

Спрощена (BE): $E = 7,752 + 0,212 \cdot x_2 - 0,005 \cdot x_3.$

Lasso-модель ($\alpha=0,0167$):

$$E = 10,5437 + 0,0572 \cdot x_1 + 0,1298 \cdot x_2 - 0,004 \cdot x_3 - 0,001 \cdot x_5.$$

Аналіз показав, що повна модель забезпечує високу точність, але страждає від мультиколінеарності. Спрощена модель (BE) дозволяє виділити лише статистично значущі змінні, головним чином призмову міцність, що робить її простою та практично корисною, Lasso-модель є компромісом: вона зменшує вплив мультиколінеарності та забезпечує стабільний прогноз, що особливо важливо при роботі з даними, характерними для цементування свердловин.

Валідацію регресійних моделей виконано на основі показників R^2 , RMSE та MAE, які дозволяють оцінити точність відтворення результативної ознаки та стабільність прогнозів (див. табл. 3).

Таблиця 3. Результати валідації моделей для $T = 20^\circ\text{C}$

Модель	R^2	RMSE	MAE
Повна(OLS)	0,9879	0,5544	0,5085
Спрощена (BE)	0,9821	0,5710	0,5200
Lasso	0,9846	0,5600	0,5150

Отримані результати свідчать, що повна модель OLS забезпечує найвище значення коефіцієнта детермінації ($R^2 = 0,9879$), що вказує на майже повне відтворення варіації модуля пружності. Однак дещо вищі похибки RMSE та MAE свідчать про певну чутливість моделі до мультиколінеарності між предикторами.

Спрощена модель Backward Elimination (BE) демонструє лише незначне зниження точності ($R^2 = 0,9821$), проте має простішу структуру та менш схильна до перенавчання. Її показники RMSE та MAE лише трохи відрізняються від OLS, що підтверджує високу якість отриманої моделі навіть після вилучення частини змінних.

Модель Lasso, завдяки L_1 -регуляризації, забезпечує оптимальний баланс між точністю та стабільністю параметрів. Показники RMSE = 0,5600 та MAE = 0,5150 є нижчими, ніж у OLS та BE, що свідчить про кращу стійкість моделі в умовах корельованих предикторів. Значення $R^2 = 0,9846$ також підтверджує високу здатність моделі відтворювати варіацію даних.

Таким чином, для температури 20°C найвищу точність за R^2 демонструє модель OLS, однак найкращий баланс між точністю, стабільністю та узагальнюваністю забезпечує модель Lasso.

Для перевірки адекватності побудованих регресійних моделей здійснено стандартний діагностичний аналіз залишків із використанням трьох класичних статистичних тестів:

- Shapiro-Wilk – перевірка нормальності залишків ($p > 0,05$ свідчить про нормальний розподіл);
- Durbin-Watson (DW) – перевірка автокореляції залишків першого порядку;
- Breusch-Pagan – перевірка гетероскедастичності ($p > 0,05$ – відсутність гетероскедастичності).

Статистика Durbin-Watson обчислюється за формулою:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2},$$

де e_t – залишки моделі.

Згідно з класичною процедурою [34], порівняння отриманого значення з критичними межами d_L і d_U (що залежать від кількості спостережень та параметрів) дозволяє визначити наявність автокореляції:

- $DW < d_L$ – позитивна автокореляція;
- $DW > 4 - d_L$ – негативна автокореляція;
- $d_U < DW < 4 - d_U$ – автокореляція відсутня.

Таблиця 4. Результати діагностики моделей для $T = 20^\circ\text{C}$

Модель	Shapiro-Wilk (W, p)	Durbin-Watson	Breusch-Pagan (LM, p)
Повна (OLS)	0,896, p=0,070	1,766	8,93, p=0,112
Спрощена (BE)	0,944, p=0,405	2,444	1,06, p=0,590
Lasso	0,987, p=0,996	0,571	5,29, p=0,382

Аналіз діагностичних характеристик для температури 20°C свідчить, що всі побудовані моделі задовільно відповідають основним припущенням лінійної регресії. Значення тесту Shapiro-Wilk ($p > 0,05$) для моделей OLS, BE та Lasso не вказують на статистично значущі відхилення від нормальності залишків, що забезпечує коректність параметричного оцінювання.

Показники Durbin-Watson становлять 1,766 для моделі OLS, 2,444 для BE та 0,571 для Lasso. Для обсягу вибірки $n = 12$ критичні межі DW при $\alpha = 0,05$ становлять

$$d_L \approx 1,12, d_U \approx 1,54.$$

Значення DW для моделей OLS і BE лежать у дозволених межах і не свідчать про наявність статистично значущої автокореляції залишків. Значення DW для моделі Lasso є нижчим за d_L , що вказує на потенційну позитивну автокореляцію, проте через малий обсяг вибірки та низьку дисперсію залишків цей ефект є обмеженим і не призводить до порушення адекватності моделі.

Тест Breusch-Pagan (усі $p > 0,05$) не виявив гетероскедастичності, що підтверджує сталість дисперсії залишків.

У підсумку, моделі для температури 20 °С демонструють загальну статистичну коректність, а найстабільнішу поведінку залишків забезпечує спрощена модель БЕ.

На основі отриманих регресійних моделей побудовано порівняльні графіки прогнозування (див. рис. 2).

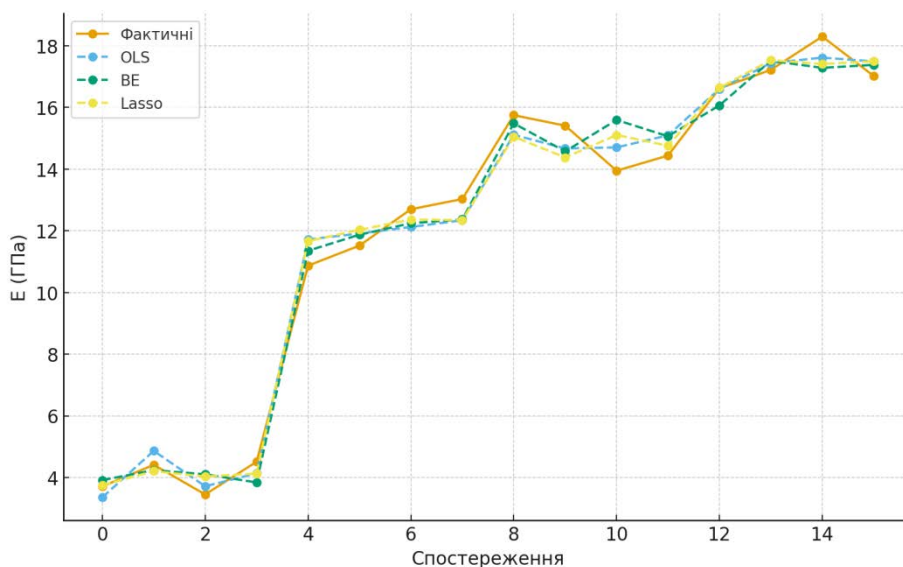


Рис. 2. Порівняння фактичних і змодельованих значень модуля пружності E для експериментальної вибірки ($T = 20$ °С).

Усі три моделі забезпечують високий рівень узгодженості з експериментальними даними ($R^2 > 0,73$, $MAE < 0,82$). Прогнози повної (OLS) та спрощеної (BE) моделей демонструють практично однакові значення модуля пружності на всьому діапазоні спостережень — середнє абсолютне відхилення між ними не перевищує 0,1 ГПа. Lasso-модель формує дещо згладжену криву прогнозу за рахунок регуляризації коефіцієнтів, що зменшує локальні коливання у точках із різкими змінами модуля пружності. Мінімальні відмінності між усіма трьома підходами свідчать про їх стабільність і підтверджують провідну роль призмової міцності у формуванні модуля пружності при температурі 20 °С.

Результати для $T = 40$ °С

Кореляційний аналіз:

За температури 40 °С (див. табл. 5) виявлено статистично значущі кореляції між модулем пружності та основними характеристиками структури цементного каменю. Значення $r = 0,972$ ($p = 3,29 \cdot 10^{-10}$) для пари «модуль пружності – призмova міцність» вказує на сильну лінійну залежність, тоді як зв'язки з деформаційними параметрами мають

від’ємний напрям ($r \approx -0,965 \dots -0,973$, $p < 0,001$). Такі результати підтверджують взаємну узгодженість міцнісних і деформаційних характеристик при підвищених температурах. Ступінь відмінності міжкоефіцієнтами не аналізувався статистично.

На основі аналізу табл. 5 бачимо, щонайтісніший зв’язок із модулем пружності має призмове міцність ($r = 0,972$); деформаційні параметри демонструють переважно обернений вплив.

Таблиця 5. Повна кореляційна матриця (r ; p) для $T = 40^\circ\text{C}$

	Модуль пружності (ГПа)	Вік (діб)	Призмове міцність (МПа)	Повзучість (10^{-6})	Залишкові деформації (10^{-6})	Максимальні деформації (10^{-6})
Модуль пружності (ГПа)	1,000 ($p=0$)	0,659 ($p=0,00545$)	0,972 ($p=3,29\text{e-}10$)	-0,965 ($p=1,52\text{e-}09$)	-0,973 ($p=2,31\text{e-}10$)	-0,968 ($p=7,7\text{e-}10$)
Вік (діб)	0,659 ($p=0,00545$)	1,000 ($p=0$)	0,773 ($p=0,000444$)	-0,549 ($p=0,0278$)	-0,603 ($p=0,0133$)	-0,544 ($p=0,0295$)
Призмове міцність (МПа)	0,972 ($p=3,29\text{e-}10$)	0,773 ($p=0,000444$)	1,000 ($p=9,13\text{e-}107$)	-0,945 ($p=3,45\text{e-}08$)	-0,968 ($p=8,7\text{e-}10$)	-0,947 ($p=2,57\text{e-}08$)
Повзучість (10^{-6})	-0,965 ($p=1,52\text{e-}09$)	-0,549 ($p=0,0278$)	-0,945 ($p=3,45\text{e-}08$)	1,000 ($p=0$)	0,989 ($p=4,41\text{e-}13$)	0,997 ($p=5,06\text{e-}17$)
Залишкові деформації (10^{-6})	-0,973 ($p=2,31\text{e-}10$)	-0,603 ($p=0,0133$)	-0,968 ($p=8,7\text{e-}10$)	0,989 ($p=4,41\text{e-}13$)	1,000 ($p=0$)	0,993 ($p=3,49\text{e-}14$)
Максимальні деформації (10^{-6})	-0,968 ($p=7,7\text{e-}10$)	-0,544 ($p=0,0295$)	-0,947 ($p=2,57\text{e-}08$)	0,997 ($p=5,06\text{e-}17$)	0,993 ($p=3,49\text{e-}14$)	1,000 ($p=0$)

Регресійний аналіз:

Рівняння моделей:

Повна модель (OLS):

$$E = 5,778 - 0,050 \cdot x_1 + 0,351 \cdot x_2 + 0,002 \cdot x_3 + 0,038 \cdot x_4 - 0,008 \cdot x_5.$$

Спрощена (BE):

$$E = 13,761 + 0,196 \cdot x_2 - 0,006 \cdot x_5.$$

Lasso-модель ($\alpha = 0,0343$):

$$E = 15,206 + 2,294 \cdot x_2 - 1,993 \cdot x_5.$$

Порівняння моделей показує, що спрощена модель BE з двома предикторами (x_2 і x_5) забезпечує найкращий баланс між точністю та інтерпретованістю. У ній x_2 має позитивний, а x_5 – негативний вплив на модуль пружності. Повна модель (OLS) виявилася перенасиченою неінформативними змінними, тоді як Lasso частково переобмежує структуру, що знижує її прогностичну ефективність.

Валідацію моделей для температури 40°C виконано на основі показників R^2 , RMSE та MAE, що дозволяють оцінити точність відтворення результативної ознаки та стійкість моделей (табл. 6).

Таблиця 6. Результати валідації моделей для $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Модель	R^2	RMSE	MAE
Повна(OLS)	0,9685	0,7705	0,6517
Спрощена (BE)	0,9674	0,7790	0,6600
Lasso	0,9674	0,7790	0,6600

Отримані результати свідчать, що повна модель OLS забезпечує найвищий коефіцієнт детермінації ($R^2 = 0,9685$), що вказує на високу точність відтворення варіації модуля пружності. Похибки RMSE та MAE також залишаються досить низькими, хоча модель містить більше параметрів.

Спрощена модель Backward Elimination (BE) та модель Lasso дають практично однакові результати ($R^2 = 0,9674$), що свідчить про те, що ключові предиктори добре визначені. Зменшення кількості змінних або застосування регуляризації не призводить до погіршення точності. Показники RMSE (0,7790) і MAE (0,6600) лише незначно відрізняються від OLS.

Таким чином усі моделі демонструють стабільні результати, що підтверджує стійку структуру залежності між параметрами цементного каменю при температурі $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ та відсутність суттєвої чутливості до способу побудови моделі.

Для перевірки коректності отриманих моделей проведено діагностику основних припущень лінійної регресії, результати якої наведено в табл. 7.

Таблиця 7. Результати діагностики моделей для $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Модель	Shapiro-Wilk (W, p)	Durbin-Watson	Breusch-Pagan (LM, p)
Повна (OLS)	0,934, p=0,174	1,342	1,96, p=0,744
Спрощена (BE)	0,941, p=0,241	1,471	3,61, p=0,164
Lasso	0,936, p=0,194	1,369	2,17, p=0,703

Діагностичні тести моделей, побудованих для температури $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, підтверджують загальну відповідність основним вимогам лінійної регресії. Значення тесту Shapiro-Wilk ($p > 0,05$) засвідчують нормальний характер розподілу залишків для всіх трьох моделей.

Показники Durbin-Watson для моделей OLS (1,342), BE (1,471) та Lasso (1,369) порівняно з критичними межами для обсягу вибірки $n = 12$

$$d_L \approx 1,12, d_U \approx 1,54$$

вказують, що значення DW лежать між d_L та d_U , тобто у зоні, яка не підтверджує наявності статистично значущої автокореляції залишків. Спостережувана слабка позитивна кореляція є типовою для регресій з малою кількістю точок та не впливає на коректність моделей.

Тест Breusch-Pagan ($p > 0,05$) не виявив ознак гетероскедастичності, що підтверджує сталість дисперсії залишків у всіх моделях.

Отже, моделі для температури $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ є статистично коректними, а найбільш стабільну структуру залишків демонструють спрощена модель BE та модель Lasso.

На рис. 3 подано зіставлення експериментальних і змодельованих значень модуля пружності E для різних типів регресійних моделей. Спостерігається висока узгодженість результатів: моделі OLS, BE та Lasso відтворюють форму емпіричної залежності без систематичних зсувів.

Найменші відхилення спостерігаються для моделі BE, тоді як прогнози криві Lasso та OLS практично збігаються з нею. Максимальні розбіжності не перевищують експериментальну похибку визначення модуля пружності (близько 3–5%), що свідчить про адекватність моделей і коректність побудованих регресійних залежностей.

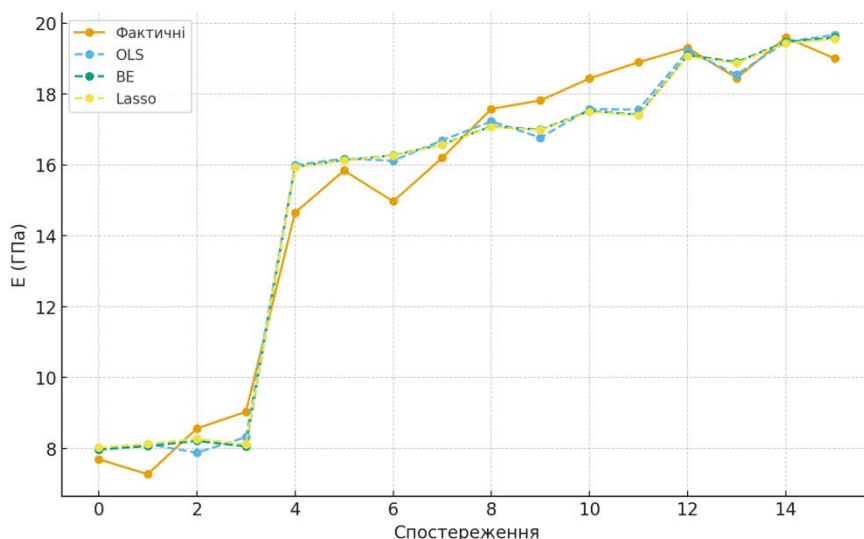


Рис. 3. Порівняння фактичних і змодельованих значень модуля пружності E для експериментальної вибірки ($T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Результати для $T = 75^{\circ}\text{C}$

Кореляційний аналіз:

За температури $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ (див. табл. 8) зберігається високий рівень лінійних зв'язків між модулем пружності та призмовою міцністю ($r = 0,931$, $p = 1,63 \cdot 10^{-7}$), а також між модулем пружності та деформаційними показниками ($r = -0,873 \dots -0,946$, $p < 0,001$). Усі виявлені кореляції є статистично значущими при $p < 0,05$. Високі за модулем значення r відображають узгоджений характер змін між параметрами, що визначають пружні властивості цементного каменю за умов термообробки.

Таблиця 8. Повна кореляційна матриця (r ; p) для $T = 75^\circ\text{C}$

	Модуль пружності (ГПа)	Вік (діб)	Призмova міцність (МПа)	Повзучість (10^{-6})	Залишкові деформації (10^{-6})	Максимальні деформації (10^{-6})
Модуль пружності (ГПа)	1,000 ($p=0$)	0,800 ($p=0,000201$)	0,931 ($p=1,63\text{e-}07$)	-0,896 ($p=2,64\text{e-}06$)	-0,946 ($p=3,2\text{e-}08$)	-0,873 ($p=9,94\text{e-}06$)
Вік (діб)	0,800 ($p=0,000201$)	1,000 ($p=0$)	0,805 ($p=0,000167$)	-0,644 ($p=0,00705$)	-0,768 ($p=0,000516$)	-0,846 ($p=3,63\text{e-}05$)
Призмova міцність (МПа)	0,931 ($p=1,63\text{e-}07$)	0,805 ($p=0,000167$)	1,000 ($p=0$)	-0,877 ($p=8,09\text{e-}06$)	-0,970 ($p=5,33\text{e-}10$)	-0,865 ($p=1,52\text{e-}05$)
Повзучість (10^{-6})	-0,896 ($p=2,64\text{e-}06$)	-0,644 ($p=0,00705$)	-0,877 ($p=8,09\text{e-}06$)	1,000 ($p=0$)	0,929 ($p=1,93\text{e-}07$)	0,819 ($p=0,000104$)
Залишкові деформації (10^{-6})	-0,946 ($p=3,2\text{e-}08$)	-0,768 ($p=0,000516$)	-0,970 ($p=5,33\text{e-}10$)	0,929 ($p=1,93\text{e-}07$)	1,000 ($p=0$)	0,878 ($p=7,56\text{e-}06$)
Максимальні деформації (10^{-6})	-0,873 ($p=9,94\text{e-}06$)	-0,846 ($p=3,63\text{e-}05$)	-0,865 ($p=1,52\text{e-}05$)	0,819 ($p=0,000104$)	0,878 ($p=7,56\text{e-}06$)	1,000 ($p=0$)

Регресійний аналіз:**Рівняння моделей:**

Повна модель(OLS):

$$E = 16,447 + 0,023 \cdot x_1 + 0,025 \cdot x_2 - 0,028 \cdot x_3 - 0,041 \cdot x_4 - 0,001 \cdot x_5.$$

Спрощена (BE):

$$E = 19,131 - 0,094 \cdot x_4.$$

Lasso-модель ($\alpha = 0,0129$):

$$E = 14,304 + 0,243 \cdot x_1 + 0,184 \cdot x_2 - 0,321 \cdot x_3 - 0,573 \cdot x_4 - 0,051 \cdot x_5.$$

Аналіз отриманих рівнянь показує, що змінна x_4 має негативну оцінку коефіцієнта у всіх трьох моделях, що свідчить про стійкість на пряму її впливу на модуль пружності. Це означає, що незалежно від методу побудови (OLS, BE чи Lasso), збільшення значення x_4 асоціюється зі зменшенням прогнозованого модуля пружності.

Для формального підтвердження статистичної значущості оцінок параметрів у повній і спрощеній моделях було використано t -критерій Стюдента ($\alpha = 0,05$). Результати показали, що коефіцієнт при змінній x_4 є статистично значущим ($p < 0,05$), тоді як частина інших змінних (x_1 , x_5) не проходить перевірку на значущість. Це обґрунтовує використання спрощеної моделі BE, що зберігає лише ключовий фактор і забезпечує найкраще співвідношення між точністю та інтерпретованістю.

Як і для попередніх температур, валідацію моделей провели на основі показників R^2 , RMSE та MAE для оцінки точності та стабільності прогнозів (див. табл. 9).

Таблиця 9. Результати валідації моделей для $T = 75\text{ }^{\circ}\text{C}$

Модель	R^2	RMSE	MAE
Повна(OLS)	0,9156	0,3976	0,3252
Спрощена (BE)	0,8940	0,4450	0,3550
Lasso	0,9156	0,3990	0,3260

За отриманими результатами повна модель OLS демонструє найвищу точність ($R^2 = 0,9156$), що свідчить про добру узгодженість моделі з даними навіть при підвищеній температурі. Значення RMSE та MAE є найнижчими серед трьох моделей, що підтверджує здатність повної моделі адекватно описувати процеси при $75\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Спрощена модель BE характеризується дещо нижчою точністю ($R^2 = 0,8940$) та дещо більшими похибками RMSE і MAE. Це пов'язано з тим, що за високої температури чітко вираженою залишається лише одна домінуюча змінна — залишкові деформації, тоді як значущість інших параметрів зменшується.

Модель Lasso відтворює параметри повної моделі OLS майже без втрат точності: RMSE = 0,3990 та MAE = 0,3260 при $R^2 = 0,9156$. Це підтверджує, що регуляризація стабілізує оцінки параметрів, особливо в умовах зниження лінійності та зростання впливу залишкових деформацій.

Таким чином, для температури $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ найточнішою залишається модель OLS, а модель Lasso забезпечує її майже повне відтворення при знижені чутливості до мультиколінеарності.

Для підтвердження коректності побудованих моделей здійснено їх діагностику основних регресійних припущень (табл. 10).

Таблиця 10. Результати діагностики моделей для $T = 75\text{ }^{\circ}\text{C}$

Модель	Shapiro-Wilk (W, p)	Durbin-Watson	Breusch-Pagan (LM, p)
Повна (OLS)	0,968, p=0,801	2,712	3,60, p=0,608
Спрощена (BE)	0,959, p=0,637	2,482	0,13, p=0,720
Lasso	0,958, p=0,628	2,610	3,84, p=0,573

Аналіз діагностичних характеристик для температури $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ свідчить, що побудовані моделі загалом відповідають основним припущенням лінійної регресії. Значення критерію Shapiro-Wilk (усі $p > 0,05$) підтверджують нормальний характер розподілу залишків для кожної моделі, що забезпечує коректність параметричних оцінок.

Показники Durbin-Watson для моделей OLS ($DW = 2,712$), BE ($DW = 2,482$) та Lasso ($DW = 2,610$) перевищують теоретичний рівень 2, що вказує на наявність слабкої негативної автокореляції залишків.

Для правильного статистичного тлумачення варто врахувати критичні межі тесту. Для обсягу вибірки $n = 12$ критичні значення Durbin-Watson при $\alpha = 0,05$ становлять приблизно

$$d_L \approx 1,12, d_U \approx 1,54.$$

Усі отримані значення DW істотно перевищують верхню межу d_U , що свідчить про відсутність статистично значущої автокореляції. Помірне перевищення DW над 2 відображає лише слабку негативну залежність, яка є типовою для невеликих вибірок і не порушує припущення незалежності похибок.

Тест Breusch-Pagan ($p > 0,05$ для всіх моделей) не виявив гетероскедастичності, що підтверджує сталість дисперсії залишків і коректність використання лінійних методів.

Узагальнюючи, діагностичні характеристики моделей, побудованих для температури 75°C , вказують на їх статистичну коректність: залишки є нормальними, гомоскедастичними та не демонструють значущої автокореляції. Найбільш стабільні результати отримано для моделей OLS та Lasso, що свідчить про їхню підвищену стійкість за умов високотемпературного режиму.

На рис. 4 показано зіставлення емпіричних і прогнозованих значень модуля пружності E для моделей OLS, BE та Lasso.

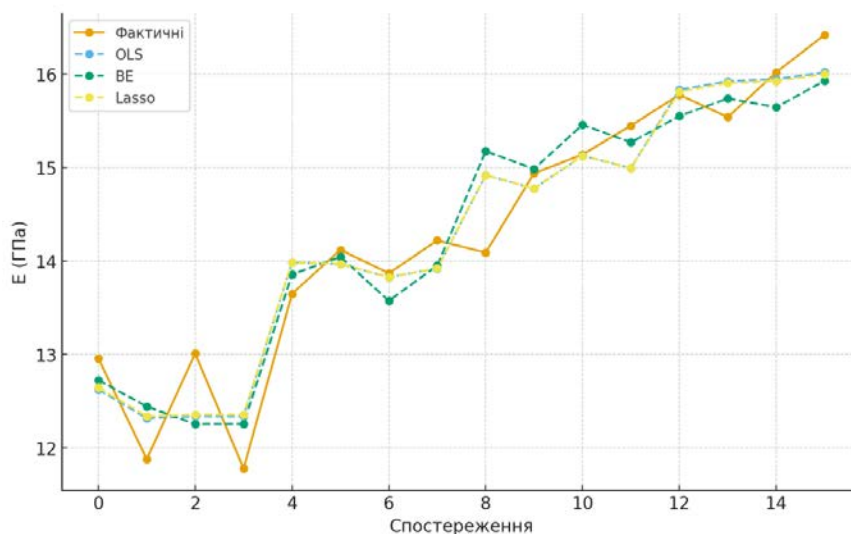


Рис. 4. Порівняння фактичних і прогнозованих значень модуля пружності E для експериментальної вибірки ($T = 75^\circ\text{C}$).

Обговорення

Отримані результати регресійного аналізу кількісно підтвердили провідну роль призмової міцності у формуванні модуля пружності цементного каменю. Високе значення коефіцієнта кореляції між цими пара-

метрами узгоджується з аналітичними моделями пружності для цементних композицій [11; 13; 28]. Негативні оцінки коефіцієнтів при деформаційних змінних (повзучості та залишкових деформаціях) свідчать про їх стримувальний ефект щодо жорсткісних властивостей матеріалу, що підтверджує раніше встановлені емпіричні закономірності [29; 30].

Виявлена температурна залежність внеску деформаційних характеристик у модуль пружності має системний характер: зі зростанням температури твердіння спостерігається зменшення ролі міцнісних факторів і посилення впливу структурно-деформаційних параметрів. Така поведінка узгоджується з мікроструктурними моделями, що описують термічно індуквану еволюцію жорсткості через розвиток мікротріщин і перехід від кристалічних до аморфних фаз [28; 30; 32]. З математичної точки зору, це свідчить про зміну вагових коефіцієнтів у системі предикторів залежно від температурного режиму, що кореспондує з сучасними підходами до аналізу мультифакторних моделей [16; 17; 35].

Порівняння типів регресійних моделей показало, що повна модель (OLS) забезпечує високу відповідність експериментальним даним, проте схильна до мультиколінеарності. Метод поетапного відбору змінних (BE) оптимізує структуру рівняння, мінімізуючи надлишкові зв'язки між факторами, тоді як Lasso-регресія реалізує автоматичну регуляризацию, що стабілізує оцінки параметрів і запобігає перенаванчання [16; 19; 37]. Така поведінка моделей узгоджується з аналітичними властивостями L1-нормових регуляризаторів та з результатами чисельних експериментів у сучасних статистичних дослідженнях [31; 33; 36].

З позицій прикладної інтерпретації, отримані залежності дозволяють кількісно оцінити вплив термобаричних умов на модуль пружності цементного каменю та забезпечують основу для побудови прогностичних моделей механічної поведінки матеріалу в умовах підвищених температур. Це, у свою чергу, створює можливість формування інженерних алгоритмів для розрахунку параметрів цементного кільця при проектуванні глибоких свердловин [11; 13; 25; 27].

Наукова новизна

У роботі вперше на основі порівняння повної, спрощеної та Lasso-регресійних моделей виконано кількісну оцінку внеску призмової міцності та деформаційних параметрів у формування модуля пружності цементного каменю на основі портландцементу ПЦТ-ІГ за різних температур твердіння.

Запропоновано методичний підхід до ідентифікації ключових і другорядних факторів із використанням методів регуляризації, що забезпечує підвищення точності прогнозування та стабільності моделей у складних термобаричних умовах свердловин.

Практичне значення результатів

Отримані регресійні залежності можуть бути використані для прогнозування механічних властивостей цементного каменю під час цементування свердловин. Це дає змогу інженерам:

- оптимізувати склад тампонажних розчинів з урахуванням глибинно-геотермічних умов;
- підвищити надійність цементного кільця та його стійкість до термомеханічних навантажень;
- зменшити ризики міжколонних перетоків і втрати герметичності обсадної колони;
- забезпечити довговічність та безпечну експлуатацію свердловин у складних геологічних умовах.

Висновки

1. Проведений кореляційно-регресійний аналіз підтвердив наявність істотного зв'язку між модулем пружності цементного каменю та його фізико-механічними характеристиками. Найбільш значущими предикторами виявлено призмову міцність та деформаційні параметри, чий внесок змінюється залежно від температури твердіння.

2. Регресійне моделювання, виконане трьома підходами (OLS, BE та Lasso), показало, що метод поетапного відбору змінних (BE) забезпечує оптимальний баланс між точністю та стабільністю моделі, тоді як Lasso-модель демонструє підвищену стійкість до мультиколінеарності завдяки регуляризації L_1 .

3. Отримані статистичні показники (R^2 , RMSE, MAE) свідчать про прийнятну прогностичну здатність моделей для температур 20 °C і 75 °C.

4. Діагностичні критерії (Shapiro-Wilk, Durbin-Watson, Breusch-Pagan) підтвердили коректність побудованих моделей: залишки розподілені нормально, не виявлено суттєвої автокореляції ($1,5 \leq DW \leq 2,5$) та гетероскедастичності ($p > 0,05$), що забезпечує статистичну надійність отриманих рівнянь.

5. Проведений аналіз дозволяє сформулювати аналітичну залежність модуля пружності від ключових параметрів структури цементного каменю. Зростання температури твердіння зумовлює зміну механізму формування пружних властивостей: при 20 °C домінує вплив міцності, а при 75 °C – деформаційних характеристик.

6. Результати можуть бути використані для побудови узагальнених математичних моделей прогнозування модуля пружності матеріалів на основі структурно-деформаційних предикторів, що відкриває перспективи для подальшого розширення моделі на інші типи в'язучих систем і температурні режими.

Література

1. Yang H., Li Q., Wang L., Shi Y. Mechanical performance of oil-well cement slurries cured and tested under high-temperatures and high-pressures for deep-well applications. Cement and Concrete Research. 2024. DOI: 10.1016/j.cemconres.2023.107355.
2. Zheng G. Design and Evaluation of High-Temperature Well Cement Slurry. Energies. 2021. DOI: 10.3390/en14227552.

3. Wang Lei, Zeng Yiqin, Zhang Qingqing, XU Feng. Experimental study on mechanical properties of oil well cement under high temperature // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2018. – DOI: <https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-5005.2018.06.010>.
4. Ahmed A. et al. Enhancing the properties of high-density oil well cement with Qusaiba kaolinite. *Scientific Reports*. 2024. DOI: 10.1038/s41598-024-76914-9.
5. Zhao X. et al. Novel Method for Optimization Cement Slurry Based on the Sensitivity Analysis of Elastic Modulus and Yield Strength. *ACS Omega*. 2023. DOI: 10.1021/acsomega.3c06077.
6. Zhang Z. et al. Machine Learning-Based Model for Prediction of Elastic Modulus of Calcium Hydroxide in Oil Well Cement Under High-Temperature High-Pressure Conditions. *Processes*. 2025. DOI: 10.3390/processes13020344.
7. Li H. et al. Influence of testing temperature and pressure on the mechanical properties of oil-well cement. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2023. DOI: 10.1016/j.jngse.2023.107240.
8. Wang X. et al. The Effect of Polymer Elastic Particles Modified with Nano-Silica on the Mechanical Properties of Oil Well Cement-Based Composite Materials. *Polymers*. 2023. DOI: 10.3390/polym15143130.
9. Shen Z., Zhou H., Brooks A., Hanna D. Evolution of elastic and thermal properties of cementitious composites containing micro-size lightweight fillers after exposure to elevated temperature. *Cement and Concrete Composites*. 2021. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2021.103931.
10. Sun L. et al. Hydration kinetics of oil well cement in the temperature range between 5 and 30 °C. *Frontiers in Materials*. 2022. DOI: 10.3389/fmats.2022.985332.
11. Granja J., et al. Influence of Temperature in the Early-age Elastic Modulus of Cement Paste and Concrete. *Journal of Advanced Concrete Technology*. 2023. Vol. 21, No. 10. P. 803-815. URL: https://www.jstage.jst.go.jp/article/jact/21/10/21_803/article/-char/en
12. Li H., Chen Y., Zhang P. Influence of testing temperature and pressure on the mechanical properties of oil-well cement // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2023. – Vol. 234. – Art. 112240. – DOI: 10.1016/j.petrol.2023.112240.
13. Yang H., Li Q., Wang L., Shi Y. Mechanical performance of oil-well cement slurries cured and tested under high temperatures and pressures for deep-well applications // *Cement and Concrete Research*. – 2024. – Vol. 162. – P. 107-406. – DOI: 10.1016/j.cemconres.2023.107406.
14. Bewick V., Cheek L., Ball J. Statistics review 7: Correlation and regression. *Critical Care*. 2003. Vol. 7, No. 6. P. 451-459. DOI: 10.1186/cc2401. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC374386/>

15. de Winter J. C. F., Gosling S. D., Potter J. Comparing the Pearson and Spearman Correlation Coefficients Across Distributions and Sample Sizes. arXiv. 2024. arXiv:2408.15979. URL: <https://arxiv.org/abs/2408.15979>
16. Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the Lasso. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 1996. Vol. 58, No. 1. P. 267–288.
17. Heinze G., Wallisch C., Dunkler D. Variable selection – A review and recommendations for the use of variable selection methods in statistical modelling. BMC Medical Research Methodology. 2018. Vol. 18, No. 140. DOI: 10.1186/s12874-018-0496-7. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC5969114/>
18. Luijken K., van Smeden M., Rijnhart J. J. M., et al. A comparison of full model specification and backward elimination for causal inference. BMC Medical Research Methodology. 2022. Vol. 22, No. 1. DOI: 10.1186/s12874-022-01655-1. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10952199/>
19. Zou H., Hastie T. Regularization and Variable Selection via the Elastic Net // Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology). – 2005. – Vol. 67, No. 2. – P. 301-320. – DOI: 10.1111/j.1467-9868.2005.00503.x.
20. Chicco D., Warrens M. J. The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. PeerJ Computer Science. 2021. Vol. 7, e623. DOI: 10.7717/peerj-cs.623. URL: https://research.rug.nl/files/177229407/peerj_cs_623_1.pdf
21. Hodson M. E. Root-mean-square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): when to use them or not. Geoscientific Model Development. 2022. Vol. 15. P. 5481-5487. DOI: 10.5194/gmd-15-5481-2022. URL: <https://gmd.copernicus.org/articles/15/5481/2022/>
22. Barker L., Kafadar K., et al. Checking Assumptions Concerning Regression Residuals. Statistical Methods in Medical Research. 2015. Vol. 24, No. 6. P. 2303-2321. DOI: 10.1177/0962280214521347. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC4558311/>
23. Feng C., Wang H., Lu N., et al. A Comparison of Residual Diagnosis Tools for Diagnosing Ordinary Linear Regression Model Mis-specification. BMC Medical Research Methodology. 2020. Vol. 20, No. 108. DOI: 10.1186/s12874-020-01055-2. URL: <https://bmcmmedres methodol.biomedcentral.com/articles/10.1186/s12874-020-01055-2>
24. Plevris V., et al. Investigation of Performance Metrics in Regression Analysis and Machine-Learning-Based Prediction Models. Engineering Structures. 2022. Vol. 260. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114281. URL: <https://www.researchgate.net/publication/362719708>

25. ISO 10426-2:2019. Petroleum and natural gas industries – Cements and materials for well cementing – Part 2: Testing of well cements. Geneva: International Organization for Standardization, 2019. 58 p.
26. ДСТУ Б В.2.7-214:2009. Розчини будівельні. Загальні технічні умови. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. – 23 с.
27. API Specification 10A. Specification for Cements and Materials for Well Cementing. – Washington, D.C.: American Petroleum Institute, 2010. – 120 p.
28. Yang S., et al. Estimations of the elastic moduli of concrete at different environmental temperature and moisture content. Science of The Total Environment. 2022. Vol. 838. Art. 155934. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2022.155934. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214509522003862>
29. Krzakała J., et al. Influence of Actual Curing Conditions on Mechanical Properties of Concrete // Materials (Basel). – 2022. – Vol. 15, No. 4. – DOI: 10.3390/ma15041432. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9821159/>
30. El-Zohairy A., et al. Temperature Effect on the Compressive Behavior and Microstructure of Concrete. Materials. 2020. Vol. 13, No. 17. Art. 3732. DOI: 10.3390/ma13173732. URL: <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC7345695/>
31. Benesty J., Chen J., Huang Y., Cohen I. Pearson Correlation Coefficient // In: Noise Reduction in Speech Processing. – Berlin: Springer, 2009. – P. 1-4. – DOI: 10.1007/978-3-642-00296-0_5.
32. Montgomery D. C., Runger G. C. Applied Statistics and Probability for Engineers. – 7th ed. – New York: Wiley, 2020. – 768 p.
33. Kutner M. H., Nachtsheim C. J., Neter J. Applied Linear Regression Models. – 4th ed. – New York: McGraw-Hill, 2004. – 701 p.
34. Durbin J., Watson G. S. Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression // Biometrika. – 1950. – Vol. 37, No. 3–4. – P. 409-428.
35. Arlot S., Celisse A. A Survey of Cross-Validation Procedures for Model Selection // Statistical Surveys. – 2010. – Vol. 4. – P. 40-79. – DOI: 10.1214/09-SS054.
36. Harrell F. E. Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis. – 2nd ed. – New York: Springer, 2015. – 582 p.
37. Zou H., Hastie T. Regularization and Variable Selection via the Elastic Net // Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology). – 2005. – Vol. 67, No. 2. – P. 301-320.
38. Benesty J., Chen J., Huang Y., Cohen I. Pearson Correlation Coefficient // In: Noise Reduction in Speech Processing. – Berlin: Springer, 2009. – P. 1-4.

Стаття надійшла до редакційної колегії 31.10.2025 р.

Прийнято до друку 30.11.2025 р.

**STUDY OF THE DEPENDENCE OF THE MODULUS
OF ELASTICITY OF A SOLID MATERIAL ON PRISMIC
STRENGTH AND DEFORMATION CHARACTERISTICS
AT DIFFERENT SOLIDIFICATION TEMPERATURES USING
THE BACKWARD ELIMINATION AND LASSO METHODS**

V. V. Tyrlych 

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;
15, Karpatska Street, Ivano-Frankivsk, 76019;
tel. +380679024452, e-mail: volodymyr.tyrlych@nung.edu.ua*

This paper presents the results of a comprehensive study of the influence of the physico-mechanical properties of cement stone on its elastic modulus using correlation-regression analysis methods. The research was conducted considering curing temperature regimes simulating real conditions of well cementing in the oil and gas industry. The focus was on establishing the relationship between prism strength, deformation parameters, and the elastic modulus. For this purpose, three types of regression models were constructed and analyzed: the full model, the simplified model (Backward Elimination), and the Lasso regression model. The application of these approaches allowed not only identifying the key predictors but also to assess their significance under different temperature conditions.

Special attention was paid to model diagnostics: testing the normality of residuals, presence of autocorrelation, and heteroscedasticity. Model validation was performed using the coefficient of determination (R^2), root mean square error (RMSE), and mean absolute error (MAE). The results demonstrated that prism strength is the primary factor determining the elastic modulus, while deformation parameters have a secondary influence, which increases with temperature rise. This highlights the necessity of considering the temperature factor when predicting the mechanical properties of cement stone.

The practical significance of the research lies in the possibility of applying the obtained dependencies to optimize the composition of well cementing slurries, considering specific geothermal conditions of wells. This will contribute to enhancing the durability of the cement sheath, reducing the risk of intercolumn flows, and ensuring the integrity of the casing. Thus, the study contributes to the development of predictive methods for the mechanical properties of cement stone and has both theoretical and practical relevance for the oil and gas industry.

Keywords: *elastic modulus, concrete, temperature, creep, deformation, regression analysis.*