

ВПЛИВ СТАТИЧНИХ СИЛ І ПОЧАТКОВИХ УМОВ НА ПРОГІНИ ГАЗОПРОВОДУ ПРИ ПРОХОДЖЕННІ ОЧИСНОГО ПОРШНЯ

Т. Ф. Тутко , Р. А. Тутко 

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
e-mail: tetiana.tutko@nunge.edu.ua

При проходженні очисних поршнів через балкові переходи газопроводів виникають вимушені коливання осі їх труб. Важливе значення має врахування всіх силових факторів, які пов'язані з цими коливаннями, починаючи із статичних сил. У цій роботі зроблено обмеження, враховуються тільки статичні сили, а саме вага труб на балковому переході і вага очисного поршня. Мета роботи полягала у визначенні прогинів осі газопроводу та згинальних моментів їх труб на балковому переході під час проходження по ньому очисного поршня з врахуванням початкової умови і без її врахування. Початкова умова, викликана вагою труб на переході і викликає прогин осі газопроводу та згинальні моменти його труб ще до входу очисного поршня у балковий перехід. Ця умова була отримана в результаті розв'язку диференціального рівняння четвертого порядку з врахуванням крайових умов, що відповідають защемленню кінців труб балкового переходу. Задача розв'язувалася методом Фур'є. При цьому використано власні функції задачі вільних коливань балки. Праву частину неоднорідного диференціального рівняння було представлено у вигляді нескінченного ряду добутку власної функції вільних коливань балки та невідомої функції часу. Після знаходження цієї невідомої функції часу використано метод Фур'є і отримано розв'язок задачі у вигляді прогинів осі балкового переходу з врахуванням початкової умови. У одержаному розв'язку прогини осі труб балкового переходу, що викликані початковою умовою представлено многочленом, а прогини, що викликані проходженням очисного поршня по переходу отримано у вигляді нескінченної суми. Виконуючи подвійне диференціювання функції прогинів осі балкового переходу, знайдено функцію згинальних моментів труб на переході газопроводу з врахуванням початкової умови. Користуючись аналітичними формулами для прогинів осі труб на балковому переході та згинальних моментів їх труб, було виконано обчислення прогинів осі газопроводу на балковому переході та згинальних моментів як з врахуванням початкової умови, так і без її врахування. Аналізуючи отримані результати, потрібно зазначити, що прогини, зумовлені однією початко-

вою умовою утричі перевищують прогини спричинені проходженням очисного поршня по переходу. Максимальні прогини відповідають середньому перерізу переходу $x = 15$ м. Максимальний прогин, викликаний однією початковою умовою рівний 6,2 мм, а сумарний максимальний прогин складає 8,2 мм. Найбільший прогин, що спричинений самим очисним поршнем рівний 2 мм. Криві на графіку згинальних моментів, що побудовані для різних моментів часу, розміщені близько одна біля одної. Це свідчить про те, що проходження очисного поршня по переходу мало впливає у даному випадку на величину згинальних моментів труб на переході. Максимальні за модулем значення згинальних моментів труб на переході при врахуванні початкової умови і без її врахування складають відповідно $-183,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ та $-50,02 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Ключові слова: балковий перехід, диференціальне рівняння, згинальні моменти труб на переході.

Вступ

З часом при транспортуванні газу газопроводами у внутрішніх порожнинах їх труб накопичуються різні забруднення як рідинні так і тверді, що призводить до опору при транспортуванні газу, тобто до збільшення енергозатрат на його переміщення [1]. Для звільнення внутрішньої порожнини трубопроводу від вказаних забруднень застосовують різні методи. Серед них широко використовуються очисні поршні (механічні, гумові, гелеві та інші) [2].

Застосування очисних поршнів для очищення газопроводу від вказаних забруднень пов'язано з проблемою міцності та стійкості надземних ділянок газопроводу (балкових переходів). При переміщенні очисного поршня по трубах балкового переходу до нього прикладені статичні сили (ваги труб балкового переходу і очисного поршня). Крім того при русі очисного поршня виникають і внутрішні сили, а саме сили інерції труб переходу та сили інерції очисного поршня. Всі вищевказані сили викликають коливання осі труб балкового переходу, які за певних обставин можуть бути небезпечними для газопроводу, оскільки викликають появу значних згинальних моментів труб переходу.

При знаходженні вказаних коливань балкового переходу газопроводу аналітичним методом, пов'язаним з розв'язком крайової задачі, для отримання достовірних результатів цих коливань важливе значення має правильне врахування її початкових і крайових умов. Якщо вважати, що кінці переходу защемлені, то початкові умови залежать виключно від ваги труб на балковому переході. При прийнятті ж до уваги властивостей ґрунтової основи, в яких знаходяться труби, що безпосередньо контактують з кінцевими перерізами балкового переходу, то кінці балкового переходу не будуть защемлені і початкові умови залежатимуть не тільки від ваги труб на переході, але й від властивостей ґрунтової основи [3].

Аналітичний метод визначення впливу сил інерції очисного поршня на коливальний процес балкового переходу неможливо реалізувати у повній мірі користуючись класичним методом Фур'є. Необхідно використовувати модифікований метод Фур'є, застосування якого має певні математичні труднощі [4].

У даній статті не враховано властивості ґрунтової основи за межами переходу газопроводу та внутрішні сили, а саме сили інерції, що виникають при русі очисного поршня на переході.

Наукове дослідження зосереджено тільки на встановленні прогинів осі газопроводу на балковому переході та згинальних моментів його труб перед входом в нього очисного поршня і при його русі в ньому під дією статичних сил.

Аналіз сучасних закордонних і вітчизняних досліджень та публікацій

Задача вимушених коливань відкритої ділянки газопроводу (балкового переходу) відноситься до класу задач вимушених коливань одновимірних пружних об'єктів під дією на них рухомого інерційного навантаження. Сюди відносяться крім газопроводів нафтопроводи, залізничні і автомобільні мости, по яким рухається транспорт, стержні, пластинки, оболонки під дією рухомого потоку рідини чи газу. До цього ж класу відносяться об'єкти змінної за часом довжини та об'єкти, які рухаються у повздовжньому напрямку [5].

Вказані задачі розв'язуються методами інтегрування диференціальних рівнянь у частинних похідних, узагальнених координат, узагальнених переміщень та різноманітними числовими методами.

Метод узагальнених переміщень [6] застосовано для вивчення поперечних коливань прямолінійної ділянки трубопроводу, що виникають під час проходження діагностичного поршня. Цей метод передбачає попереднє задання власних форм коливань ділянки трубопроводу. При використанні коефіцієнтів амплітудних функцій як узагальнених координат він дає можливість описувати коливальні процеси звичайними диференціальними рівняннями. Зокрема, у вказаній роботі автори вибрали десять власних форм коливань ділянки трубопроводу і розв'язування задачі звелось до розв'язування системи із 20 звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.

Метод інтегрування диференціальних рівнянь у частинних похідних при знаходженні прогинів осі газопроводу на балковому переході та згинальних моментів його труб на ньому під час проходження очисного поршня через нього використано у роботі [7]. Задачу розв'язано методом Фур'є. Для розв'язування задачі праву частину диференціального рівняння, яка представляє собою добуток ваги очисного поршня і дельта-функції Дірака, було розкладено у нескінченний ряд по власних функціях задачі вільних коливань балки та невідомої функції часу. Це дало можливість знайти невідому функцію по часу, яка необхідна при

розв'язанні задачі по методу Фур'є. Автори розв'язали задачу при нульових початкових умовах.

Серед іноземних авторів не знайдено статей по цій тематиці.

Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми, якій присвячується стаття

На основі аналізу інформації, яка викладена у попередньому розділі, зроблено висновок, що до цього часу автори наукових публікацій про визначення прогинів осей газопроводів та згинальних моментів їх труб при проходженні через їх надземні ділянки (балкові переходи) очисних чи діагностичних поршнів не враховують початкові умови, що відмінні від нульових.

Мається на увазі умову, яка існує на надземній ділянці до входу в неї одного із вказаних поршнів. До входу одного із вказаних поршнів у надземну ділянку газопроводу до її труб прикладена одна статична сила, а саме, вага труб, яка, крім того, рівномірно розподілена по її довжині і викликає прогин симетричний відносно її середини. Те ж саме відноситься до згинального моменту, прикладеного до труб.

Таким чином, не врахована початкова умова являє собою невирішену раніше частину загальної проблеми, якій і присвячується дана стаття.

Мета та завдання досліджень

Мета роботи – визначення прогинів осі газопроводу на балковому переході та згинальних моментів його труб під час проходження по переходу очисного поршня з врахуванням початкової умови.

Для досягнення цієї мети поставлено такі завдання:

- встановити початкову умову;
- визначити прогини осі газопроводу та згинальні моменти труб на балковому переході за допомогою початкової умови;
- визначити прогини осі газопроводу та згинальні моменти під час проходження очисним поршнем переходу. Для цього використати метод Фур'є, в якому власні функції відповідають задачі вільних коливань балки.

Висвітлення основного матеріалу дослідження

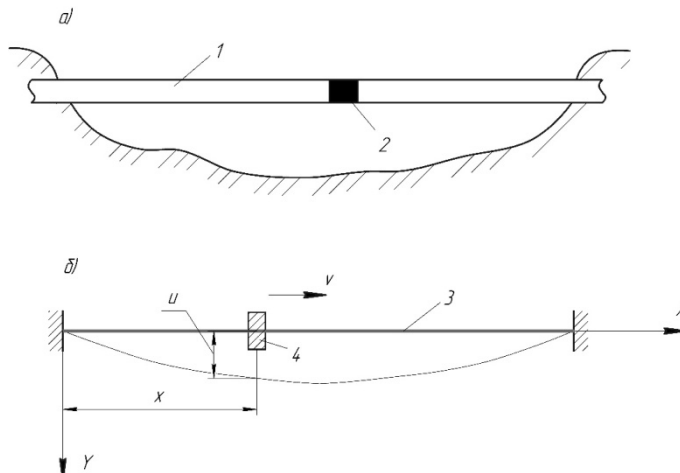
Розглянуто однопрогінний балковий перехід газопроводу без компенсаторів поздовжніх деформацій, кінці якого защемлені (рисунок 1). У момент часу $t = 0$ через лівий кінець труб переходу проходить очисний поршень та рухається з постійною швидкістю ϑ . Необхідно було встановити коливання осі труб переходу та згинальні моменти як функції координати x переходу та часу t з врахуванням початкових умов.

Диференціальне рівняння, початкові та крайові умови у даному випадку мають вигляд

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{G}{\rho A} \delta(x - \vartheta t), \quad (1)$$

$$u_{/t=0} = f(x), \frac{\partial u}{\partial t} /_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$$u_{/x=0} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} /_{x=0} = 0, u_{/x=L} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} /_{x=L} = 0, \quad (3)$$



а) 1 – газопровід; 2 – очисний поршень; б) 3 – зацмлена з обох кінців балка; 4 – рухомий вантаж (v – швидкість руху вантажу)

Рис. 1. Схема балкового переходу газопроводу

де $a^2 = EI/(A\rho)$, u – переміщення точок осі газопроводу у перпендикулярному до осі X напрямі; ρ, A, E, I – густина матеріалу труб газопроводу, площа їх поперечного перерізу, модуль пружності труб та осьовий момент інерції їх перерізу; G – вага очисного поршня; L – довжина переходу; $\delta(x - \vartheta t)$ – дельта функція Дірака; ϑ – швидкість руху поршня.

Перша початкова умова (2) характеризує прогин осі труб балкового переходу під дією ваги труб переходу і була отримана у результаті розв’язку диференціального рівняння

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{q}{EI} \quad (4)$$

з врахуванням крайових умов (3) задачі. Після чотирикратного інтегрування рівняння (4) одержано

$$u_{/t=0} = f(x) = \frac{q}{EI} \frac{x^4}{24} + a_1 \frac{x^3}{6} + a_2 \frac{x^2}{2} + a_3 x + a_4. \quad (5)$$

Сталі інтегрування a_i ($i = 1, 2, 3, 4$) знайдено при використанні крайових умов (3). Перша початкова умова в результаті цього прийняла такий вигляд:

$$u_{/t=0} = \frac{q}{2EI} \left(\frac{x^4}{12} - \frac{Lx^3}{6} + \frac{L^2 x^2}{12} \right). \quad (6)$$

У рівнянні (6) q – вага одного метра труб на переході.

Задача (1)-(3) розв’язана методом Фур’є. Для цього використано власні функції відповідного однорідного рівняння, а саме

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0. \quad (7)$$

При врахуванні крайових умов (3) вказані власні функції представляються виразом [9]

$$\Phi_k(x) = K_4(\lambda_k)K_3\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right) - K_3(\lambda_k)K_4\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right), \quad (8)$$

$k = 1, 2, 3$ і т.д.,

де $K_3\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right), K_4\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right)$ – функції Кривола;

$$K_3\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right) = \frac{1}{2}\left(ch\frac{\lambda_k}{L}x - \cos\frac{\lambda_k}{L}x\right),$$

$$K_4\left(\frac{\lambda_k}{L}x\right) = \frac{1}{2}\left(sh\frac{\lambda_k}{L}x - \sin\frac{\lambda_k}{L}x\right);$$

λ_k – корені трансцендентного рівняння $ch\lambda cos\lambda = 1$, яких є безмежна кількість.

Згідно методу Фур'є шукана функція $u(x, t)$ записується

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(x)T_k(t), \quad (9)$$

де $T_k(t)$ – невідома функція часу.

З метою визначення функції $T_k(t)$ було розкладено величину $G\delta(x - \vartheta t)$ у нескінченний ряд по власних функціях задачі вільних коливань балки (8) та невідомої функції часу $S_k(t)$

$$G\delta(x - \vartheta t) = \Phi_1(x)S_1(t) + \Phi_2(x)S_2(t) + \dots \quad (10)$$

і також у вигляді ряду представлено розв'язок для прогинів осі газопроводу

$$u(x, t) = \Phi_1(x)T_1(t) + \Phi_2(x)T_2(t) + \dots \quad (11)$$

Для знаходження невідомої функції $S_i(t)$ помножено обидві частини рівняння (10) на $\Phi_i(x)$ та проінтегровано по всій довжині L балкового переходу. У зв'язку з ортогональністю власних функцій у правій частині рівняння (10) залишиться тільки один доданок, що відповідає номеру i , так що

$$S_i(t) = \frac{\int_0^L G\delta(x - \vartheta t)\Phi_i(x)dx}{\int_0^L \Phi_i^2(x)dx}. \quad (12)$$

Враховуючи властивість дельта-функції, чисельник у рівнянні (12) став таким:

$$\int_0^L G\delta(x - \vartheta t)\Phi_i(x)dx = G\left[K_4(\lambda_i)K_3\left(\frac{\lambda_i}{L}\vartheta t\right) - K_3(\lambda_i)K_4\left(\frac{\lambda_i}{L}\vartheta t\right)\right], \quad (13)$$

а знаменник прийняв вигляд [9]

$$\int_0^L \Phi_i^2(x)dx = \frac{L}{4}[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i)]^2, \quad (14)$$

де $K_1(\lambda_i)$ і $K_2(\lambda_i)$ – дві інші функції Кривола

$$K_1(\lambda_i) = \frac{1}{2}(ch\lambda_i + \cos\lambda_i),$$

$$K_2(\lambda_i) = \frac{1}{2}(sh\lambda_i + \sin\lambda_i).$$

Після підстановки (13) і (14) у рівняння (12) отримано аналітичний вираз для функції $S_i(t)$

$$S_i(t) = \frac{4G}{L} \frac{[K_4(\lambda_i)K_3(\frac{\lambda_i}{L}\vartheta t) - K_3(\lambda_i)K_4(\frac{\lambda_i}{L}\vartheta t)]}{[K_4(\lambda_i)K_1(\lambda_i) - K_3(\lambda_i)K_2(\lambda_i)]^2}. \quad (15)$$

Приймаючи до уваги, що кожен доданок ряду (10), викликає рух, який описується відповідним доданком ряду (11), диференціальне рівняння (1) було записано у вигляді

$$\Phi_i \ddot{T}_i + a^2 \Phi_i^{IV} T_i = \frac{\Phi_i S_i}{\rho A}. \quad (16)$$

Після ділення обидвох частин рівняння (16) на $\Phi_i T_i$ отримано

$$-a^2 \frac{\Phi_i^{IV}}{\Phi_i} = \frac{\ddot{T}_i}{T_i} - \frac{S_i}{\rho A T_i}. \quad (17)$$

Ліва частина рівняння (17) дорівнює $-p_i^2$ (p_i – власна частота коливань, $p_i = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$), оскільки $\Phi_i^{IV} = \frac{\lambda_i^4}{L^4} \Phi_i$. В результаті отримано диференціальне рівняння для невідомої функції $T_i(t)$

$$\ddot{T}_i + p_i^2 T_i = \frac{S_i}{\rho A}. \quad (18)$$

Розв'язок рівняння (18) має вигляд

$$T_i(t) = \frac{1}{A \rho p_i} \int_0^t S_i(\tau) \sin p_i(t - \tau) d\tau. \quad (19)$$

Після підстановки у (19) аналітичного виразу (15) для функції $S_i(t)$, спрощення його знаменника та виконання інтегрування у (19) одержано функцію $T_i(t)$

$$T_i(t) = \frac{8G}{A \rho L p_i (sh \lambda_i \cos \lambda_i - ch \lambda_i \sin \lambda_i)^2} \times \\ \times \{ p_i K_4(\lambda_i) \left[\frac{ch \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 + p_i^2} + \frac{\cos \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 - p_i^2} \right] - \\ - K_3(\lambda_i) \left[\frac{p_i sh \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 + p_i^2} - \frac{p_i \sin \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 - p_i^2} \right] \}. \quad (20)$$

Виконавши підстановку у (9) аналітичних виразів для власної функції (8), функції $T_i(t)$ (20), а також знайденої початкової умови (6), розв'язок крайової задачі (1)-(3) отримано у такому вигляді:

$$u(x, t) = \frac{q}{2EI} \left(\frac{x^4}{12} - \frac{Lx^3}{6} + \frac{L^2 x^2}{12} \right) + \\ + \frac{8G}{A \rho L} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[K_4(\lambda_i) K_3 \left(\frac{\lambda_i}{L} x \right) - K_3(\lambda_i) K_4 \left(\frac{\lambda_i}{L} x \right)]}{p_i (sh \lambda_i \cos \lambda_i - ch \lambda_i \sin \lambda_i)^2} \times \\ \times \{ p_i K_4(\lambda_i) \left[\frac{ch \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 + p_i^2} + \frac{\cos \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 - p_i^2} \right] - \\ - K_3(\lambda_i) \left[\frac{p_i sh \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 + p_i^2} - \frac{p_i \sin \left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t \right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta \right)^2 - p_i^2} \right] \}, \quad (21)$$

А згинальні моменти труб на балковому переході знаходяться за формулою, яка знаходиться за допомогою (21)

$$\begin{aligned}
M = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = & -\frac{q}{2} \left(x^2 - Lx + \frac{L^2}{6} \right) - \frac{8G}{L} \sqrt{\frac{EI}{A\rho}} \times \\
& \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\left[K_4(\lambda_i) K_1\left(\frac{\lambda_i}{L} x\right) - K_3(\lambda_i) K_2\left(\frac{\lambda_i}{L} x\right) \right]}{p_i (sh \lambda_i \cos \lambda_i - ch \lambda_i \sin \lambda_i)^2} \times \\
& \times \left\{ p_i K_4(\lambda_i) \left[\frac{ch\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t\right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta\right)^2 + p_i^2} + \frac{\cos\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t\right) - \cos p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta\right)^2 - p_i^2} \right] - \right. \\
& \left. - K_3(\lambda_i) \left[\frac{p_i sh\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t\right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta\right)^2 + p_i^2} - \frac{p_i \sin\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta t\right) - \frac{\lambda_i}{L} \vartheta \sin p_i t}{\left(\frac{\lambda_i}{L} \vartheta\right)^2 - p_i^2} \right] \right\}. \quad (22)
\end{aligned}$$

Перші доданки у формулах (21) і (22) (многочлени) дають можливість визначити відповідно прогини осі труб на балковому переході та згинальні моменти труб, які викликані тільки початковою умовою. А суми у цих же формулах визначають відповідно прогини осі труб та згинальні моменти труб на переході, які виникають тільки при проходженні очисним поршнем балкового переходу.

За формулами (21) і (22) було виконано обчислення прогинів осі газопроводу на балковому переході та згинальних моментів з кроком $\Delta x = 1,5$ м для різних моментів часу. При цьому обчислення виконано як з врахуванням початкової умови, так і без її врахування.

Для виконання обчислень було прийнято такі вихідні дані:

- довжина балкового переходу $L = 30$ м;
- зовнішній діаметр газопроводу та товщина його стінки $D_3 = 1020$ мм, $\delta = 10$ мм;
- вага очисного поршня $G = 11772$ Н;
- швидкість руху поршня $\vartheta = 5$ м/с;
- густина матеріалу труб і модуль їх пружності $\rho = 7850$ кг/м³, $E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Па;
- вага одного метра труби переходу 2443 Н.

На рис. 2а наведено результати обчислень прогинів осі газопроводу з врахуванням впливу ваги труб переходу на величину переміщень точок осі труб балкового переходу. До входу очисного поршня у балковий перехід труби переходу були прогнуті тільки під вагою самих труб, мало місце початкове переміщення. Величина цього переміщення на рис. 2а зображена кривою 1 і рівна у перерізі $x = 15$ м $u_{/x=15} = 6,21$ мм. При $t > 0$ с труби на переході прогинаються ще додатково і під вагою очисного поршня. В результаті максимальний прогин відповідає серединному перерізу переходу у момент часу $t = 3$ с і дорівнює $u_{max} = 8,2$ мм.

На рис. 2в зображено переміщення точок осі переходу під впливом тільки ваги очисного поршня. Максимальне переміщення цієї точ-

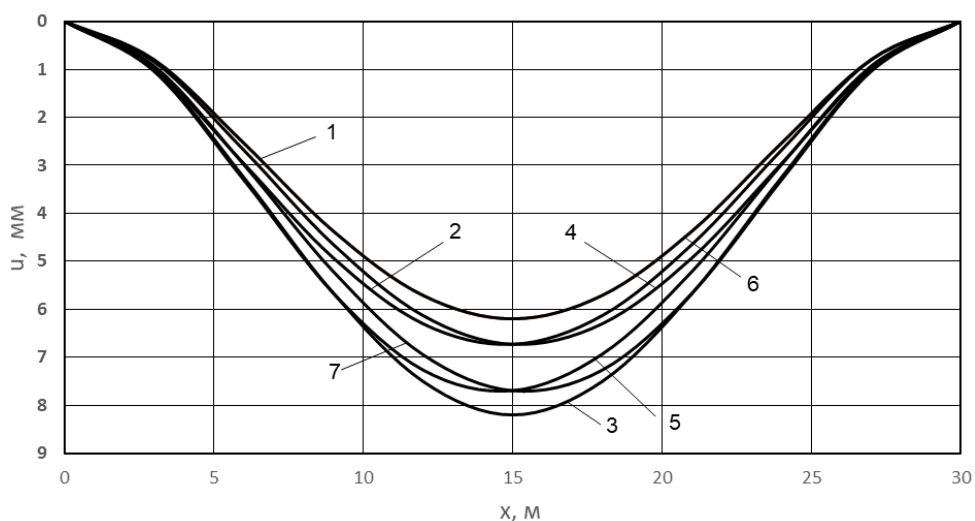
ки складає $u_{max} \approx 2$ мм і настає в момент часу $t = 3$ с від моменту входу очисного поршня у балковий перехід. Значно менше переміщення точок осі труб переходу під впливом ваги очисного поршня у порівнянні з переміщенням точок осі труб, викликаних вагою труб, пояснюється значною різницею між значеннями їхніх величин. Вага труб на переході складає $q \cdot L = 73290$ Н, а вага очисного поршня $G = 11772$ Н.

У підсумку потрібно зазначити, що при русі очисного поршня до середини переходу і при його русі за серединою переходу при певних значеннях моментів часу, для яких побудовані вказані криві переміщень осі труб переходу, вони можуть перетинатися посередині довжини переходу. На рис. 2а такими є криві 2 і 4, 5 і 7, а на рис. 2в – криві 1 і 2, 4 і 5. Ці криві мають властивість при повороті однієї з них навколо ординатної лінії, що проходить через точку їх перетину, на 180° співпадати одна з одною. Це означає, що якщо одна із кривих переміщень відома за результатами обчислень, то друга може бути отримана і побудованою. Сума моментів часу таких кривих рівна часу, за який очисний поршень проходить балковий перехід, тобто 6 с.

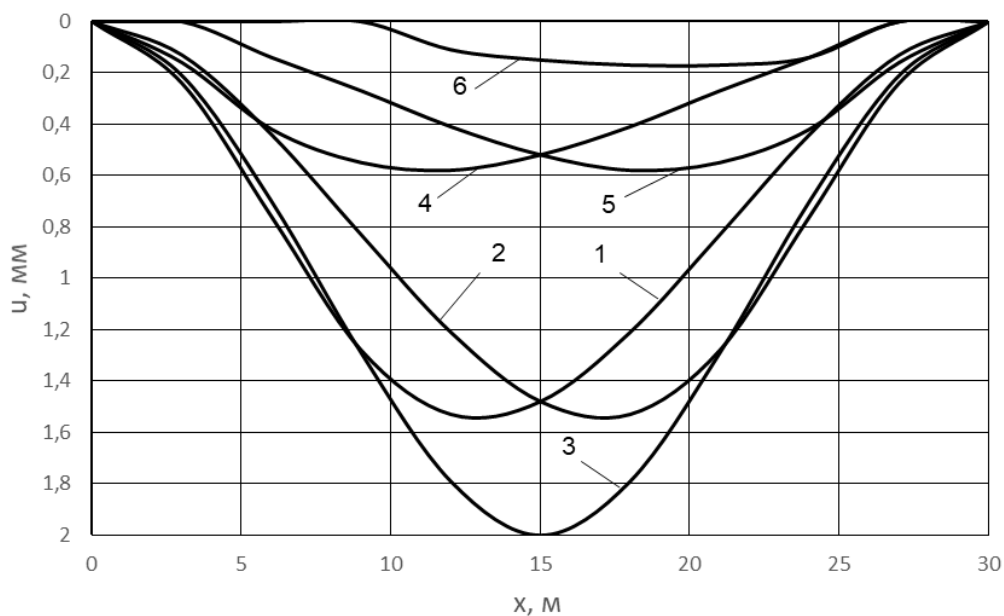
На рис. 3 зображені згинальні моменти труб, які виникають на балковому переході газопроводу при проходженні через нього очисного поршня як з врахуванням початкової умови, так і без її врахування.

Згинальні моменти з врахуванням початкової умови наведено на рис. 3а. Найбільший за модулем згинальний момент відповідає часу $t = 0$ с і дорівнює $M_{max} = -183,2$ кН · м при $x = 0$ м, який посередині балкового переходу рівний $M_{/x=15} = 91,6$ кН · м. При проходженні очисного поршня через балковий перехід на його числове значення впливає і вага очисного поршня. Але оскільки вага очисного поршня порівняно із вагою труб є малою, то і вплив її на згинальний момент є незначним. Тому на рис. 3а криві моментів розміщені близько одна біля одної. Криві моментів мають властивість аналогічну до кривих переміщень. При русі очисного поршня від краю переходу до його середини точка кривої згинального моменту при $x = 15$ м рухається знизу вгору, а при русі від середини переходу до другого краю навпаки згори вниз. Криві моментів 3 і 4, 5 і 6 перетинаються посередині переходу і при повороті однієї з них на 180° для кожної пари відносно серединної ординатної лінії співпадають одна з одною.

При неврахуванні початкової умови згинальні моменти для різних моментів часу представлено на рис. 3в. Криві моментів 2 і 4, 1 і 5 мають також властивість як вищезгадані криві згинальних моментів для випадку врахування початкової умови. Крім того, потрібно зазначити, що моменти у цьому випадку є значно меншими за модулем у порівнянні з моментами з врахуванням початкової умови. Відношення їх максимальних модулів складає 0,273.

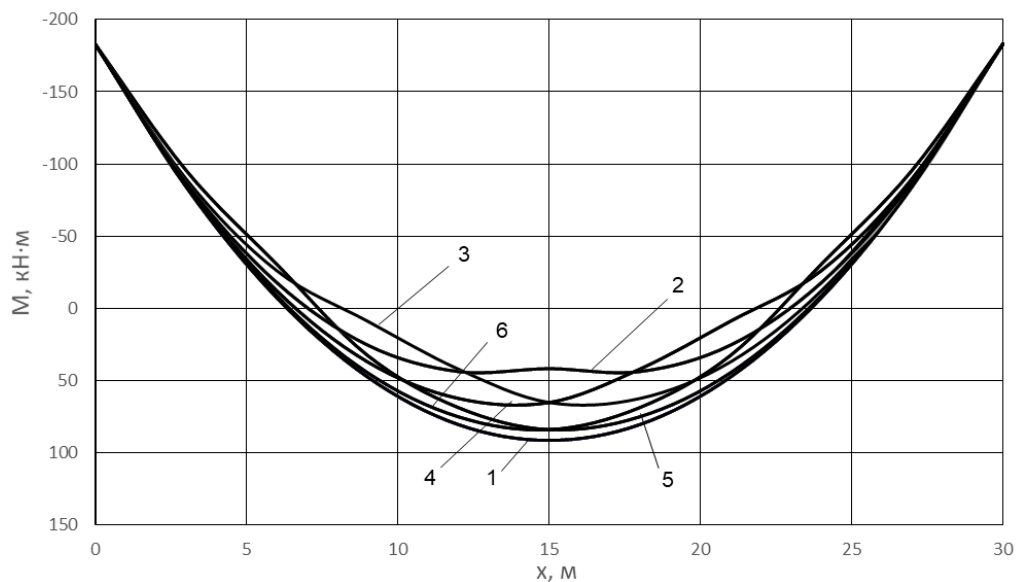


a)



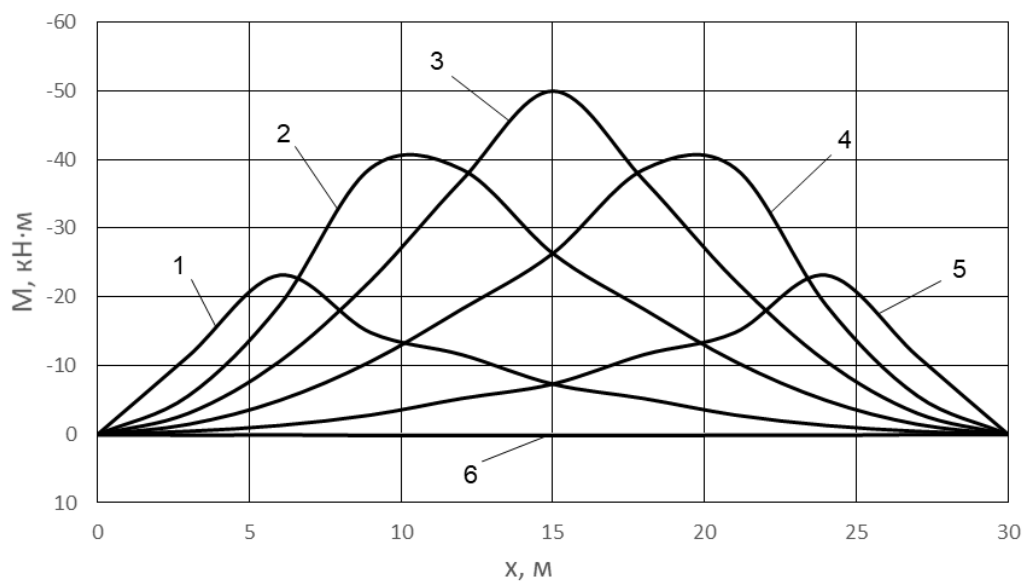
b)

Рис. 2. Переміщення точок осі балкового переходу газопроводу при проходженні очисного поршня для різних моментів часу: а – 0, 1, 2, 3, 5, 6 с; б – 2, 4, 3, 1, 5, 5.5 с



1- $t=0$ с; 2- $t=3$ с; 3- $t=2$ с; 4- $t=4$ с; 5- $t=1$ с; 6- $t=5$ с

a)



1- $t=1$ с; 2- $t=2$ с; 3- $t=3$ с; 4- $t=4$ с; 5- $t=5$ с; 6- $t=6$ с

b)

Рис. 3. Згинальні моменти труб на балковому переході газопроводу при проходженні очисного поршня з врахуванням і без врахування початкової умови : а – 0, 1, 2, 3, 4, 5 с; б – 1, 2, 3, 4, 5, 6 с

Висновки

1. Отримано і враховано початкову умову при проходженні очисним поршнем балкового переходу газопроводу, що характеризує наукову новизну виконаного дослідження.

2. Одержані результати обчислень прогинів осі труб на балковому переході газопроводу та їх згинальних моментів підтвердили необхідність врахування початкової умови при проходженні очисним пристроєм переходу газопроводу.

3. Перспектива подальших досліджень у даному напрямку полягає у врахуванні внутрішніх сил, які виникають при проходженні очисним поршнем балкового переходу, а саме сил інерції очисного поршня та сил інерції труб на переході.

Автори висловлюють подяку к.т.н., доценту кафедри ПЗ ІФН-ТУНГ Василю Процюку за допомогу при виконанні обчислень.

Література

1. Стецюк С.М. Розроблення конструктивних рішень із обладнання трубопровідних систем вузлами запускання та приймання очисних поршнів. Нафтогазова енергетика. 2023. №2(40). С.53-65.
2. Volovetsyi V., Uhrynovskiy A., Doroshenko Ya., Shchyrba O., Stakhmych Yu. Developing a set of measures to provide maximum hydraulic efficiency of gas gathering pipelines. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. 2020. Vol.101.Iss.1. P.27-41. <http://doi.org/10.5604/01.30014.4088>
3. Velychkovych, A., Andrusyak, A., Pryhorowska, T., & Ropyak, L. (2019). Analytical model of oil pipeline over ground transitions, laid in mountain areas. Oil and Gas Science and Technology, 74, article number 65. [doi: 10.2516/ogst/2019039](https://doi.org/10.2516/ogst/2019039)
4. Горошко О.О., Дем'яненко А.Г., Кива С.П. Двохвильові процеси в механічних системах. К.: Либідь, 1991. 188 с.– ISBN 5-325-00007-1.
5. Дем'яненко А.Г. Деякі особливості і аналогії математичних моделей задач динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням. Вібрації в техніці та технологіях, 2017, №3(86). С. 5-9.
6. Теслюк В.М., Харченко Л.Є. Математичне моделювання згинних коливань прямолінійної ділянки трубопроводу під дією рухомого діагностичного поршня. Моделювання та інформаційні технології. 2013. В. 69. С. 126-135.
7. Грудз В.Я., Тутко Т.Ф., Дубей О.Я. Вимушені коливання відкритої ділянки магістрального газопроводу при проходженні нею очисного поршня. Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. 2020. №2(75). С. 7-15.
8. Korn, G.A., & Korn, T. (1968). Mathematical Hand book. New York: Mc Graw-Hill Book Co., Inc.

9. Filippov, A. (1965). Oscillations of mechanical systems. Kyiv: Naukova Dumka.

Стаття надійшла до редакційної колегії 10.09.2025 р.

Прийнято до друку 30.09.2025 р.

THE INFLUENCE OF STATIC FORCES AND INITIAL CONDITIONS ON GAS PIPELINE DEFLECTIONS DURING THE PASSAGE OF A CLEANING PISTON

T. F. Tutko , R. A. Tutko 

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;

76019, Ivano-Frankivsk, Karpatska str. 15;

e-mail: tetiana.tutko@nung.edu.ua

When cleaning pistons pass through gas pipeline beam crossings, forced oscillations of the pipe axis occur. It is important to take into account all the force factors associated with these vibrations, starting with static forces. In this paper, only static forces are taken into account, namely the weight of the pipes at the beam transition and the weight of the cleaning piston. The aim of the study was to determine the deflections of the pipeline axis and the bending moments of their pipes at the beam transition during the passage of the cleaning piston through it, with and without the initial condition. The initial condition is caused by the weight of the pipes at the transition and causes the deflection of the pipeline axis and bending moments of its pipes before the cleaning piston enters the beam transition. This condition was obtained as a result of solving a fourth-order differential equation with consideration of the boundary conditions corresponding to the pinching of the ends of the beam transition pipes. The problem was solved by the Fourier method. The eigenfunctions of the problem of free oscillations of the beam were used. The right-hand side of the inhomogeneous differential equation was represented as an infinite series of the product of the eigenfunction of the free oscillations of the beam and an unknown time function. After finding this unknown time function, the Fourier method was used to obtain the solution of the problem in the form of deflections of the axis of the beam transition, taking into account the initial condition. In the obtained solution, the deflections of the axis of the pipes of the beam transition caused by the initial condition are represented by a polynomial, and the deflections caused by the passage of the cleaning piston through the transition are obtained as an infinite sum. By performing a double differentiation of the deflection function of the axis of the beam transition, the function of bending moments of pipes at the gas pipeline transition is found, taking into account the initial condition. Using the analytical formulas for the deflections of the pipe axis at the beam transition and the bending moments of their pipes, the

deflections of the gas pipeline axis at the beam transition and the bending moments were calculated both with and without taking into account the initial condition. Analysing the results, it should be noted that the deflections caused by one initial condition are three times higher than the deflections caused by the passage of the cleaning piston through the transition. The maximum deflections correspond to the cross-sectional area of the crossing $x = 15$ m. The maximum deflection caused by one initial condition is 6.2 mm, and the total maximum deflection is 8.2 mm. The maximum deflection caused by the cleaning piston itself is 2 mm. The curves in the bending moment plot for different time points are close together. This indicates that the passage of the cleaning piston through the transition has little effect on the value of the bending moments of the pipes at the transition. The maximum modulus values of the bending moments of the pipes at the transition, with and without taking into account the initial condition, are -183.2 kN·m and -50.02 kN·m, respectively.

Keywords: beam transition; differential equation; bending moments of pipes at the transition.