

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВЕРТИКАЛЬНОГО СТАЛЕВОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО РЕЗЕРВУАРА З ХЛОПУНАМИ СТІНКИ

**Х. В. Паньків**

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15; e-mail: ktsu@nung.if.ua*

*В статті запропоновано спосіб визначення напружено-деформованого стану матеріалу стінки вертикального сталевих резервуара за переміщеннями точок її поверхні, що дозволить опосередковано враховувати всі навантаження, які діють на резервуар. Також запропоновано спосіб врахування наявності зварних з'єднань. Особливу увагу приділено ділянкам стінки з дефектами форми типу хлопун, в яких відбуваються значні переміщення не зумовлені зміною напружень.*

**Ключові слова:** *напружено-деформований стан, вертикальний сталевий циліндричний резервуар, тензор, координати.*

Визначення напружено-деформованого стану (НДС) вертикальних сталевих циліндричних резервуарів (РВС) є актуальною науково-технічною задачею, оскільки вони працюють в складному навантаженому режимі і є об'єктами підвищеної небезпеки. Існуючі методи визначення напружень є трудомісткими, вимагають безпосереднього доступу до об'єкту або врахування всіх сил та навантажень, що діють на резервуар, що є практично неможливим.

Тому, для контролю зміни НДС матеріалу стінки РВС пропонується використовувати дані про просторові переміщення точок її поверхні. При побудові цієї моделі робиться припущення про те, що стінку резервуара можна розглядати як пружнодеформоване ізотропне тіло. Стінка резервуара моделюється у вигляді циліндра з заданими діаметром, висотою та товщиною кожного пояса і будується радіус-вектор кожної її точки в циліндричній системі координат [1]:

$$\vec{r} = \begin{cases} x = s, & 0 \leq s \leq L, \\ y = r \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ z = r \sin \varphi; & R_{\min} \leq r \leq R_{\max}; \end{cases}$$
$$\vec{r} = \begin{cases} x = s, & 0 \leq s \leq L, \\ y = r \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ z = r \sin \varphi; & R_{\min} \leq r \leq R_{\max}; \end{cases}$$

де  $s$ ,  $r$ ,  $\varphi$  – циліндричні координати;  $L$  – висота резервуара;

$R_{min}$ ,  $R_{max}$  – мінімальна та максимальна відстань від центра до внутрішньої та зовнішньої стінки резервуара відповідно.

Компоненти вектора переміщення точок поверхні стінки резервуара, які залежать від навантажень, що діють на стінку РВС, розглядаються в трьох напрямках:  $w_1(r, \varphi, s)$  – радіальні переміщення,  $w_2(r, \varphi, s)$  – кільцеві переміщення і  $w_3(r, \varphi, s)$  – меридіональні переміщення. Варто зауважити, що  $w_1(r, \varphi, s)$  та  $w_3(r, \varphi, s)$  – рівні фізичним компонентам вектора переміщень, і вимірюються в одиницях довжини, а  $w_2(r, \varphi, s)$  – рівний фізичному компоненту вектора переміщень, помноженому на радіус і вимірюється в одиницях площі.

Далі знаходяться компоненти векторів [2]:

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{\partial \bar{r}}{\partial x_i},$$

де  $x_1 = r$ ,  $x_2 = \varphi$  і  $x_3 = s$ .

Звідси:

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_1 &= (\cos(\varphi), \sin(\varphi), 0), \\ \bar{\varepsilon}_2 &= (-r \sin(\varphi), r \cos(\varphi), 0), \\ \bar{\varepsilon}_3 &= (0, 0, 1).\end{aligned}$$

За ними знаходяться компоненти метричних тензорів:

$$g_{ij} = \bar{\varepsilon}_i \cdot \bar{\varepsilon}_j.$$

За формулою (4) компоненти метричних тензорів для циліндричної системи координат рівні:

$$\begin{aligned}g_{11} &= g_{33} = 1, \\ g_{22} &= r^2, \\ g_{12} &= g_{21} = g_{13} = g_{31} = g_{23} = g_{32} = 0.\end{aligned}\tag{1}$$

За відомими компонентами метричних тензорів (1) за формулами Коші для малих переміщень знаходяться компоненти тензорів деформацій [2]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i w_j(r, \varphi, s) + \nabla_j w_i(r, \varphi, s)).\tag{2}$$

Тут коваріантні похідні коваріантних компонент  $\nabla_i w_j$  визначаються за формулою:

$$\nabla_i w_j(r, \varphi, s) = \frac{\partial w_j(r, \varphi, s)}{\partial x_i} - \sum_k w_k(r, \varphi, s) \Gamma_{ij}^k,$$

де  $\Gamma_{ij}^k$  – символи Кристофеля II роду, які при розв'язанні даної задачі розраховуються для циліндричної системи координат і є рівними нулю крім:  $\Gamma_{22}^1 = -r$ ;  $\Gamma_{12}^1 = \Gamma_{21}^1 = \frac{1}{r}$ .

За формулою (2) розраховуються компоненти тензорів деформацій:

$$\varepsilon_{11}(r, \varphi, s) = \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r},$$

$$\varepsilon_{12}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{21}(r, \varphi, s) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial r} \right) - \frac{w_2(r, \varphi, s)}{r},$$

$$\varepsilon_{13}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{31}(r, \varphi, s) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial r} \right),$$

$$\varepsilon_{22}(r, \varphi, s) = \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + r w_1(r, \varphi, s),$$

$$\varepsilon_{23}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{32}(r, \varphi, s) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} \right),$$

$$\varepsilon_{33}(r, \varphi, s) = \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial s}.$$

Потім знаходяться компоненти тензора зміни напружень з використанням закону Гука для пружньодеформованого тіла, який для ізотропного тіла записується у формі [2]:

$$\Delta \sigma^{ij} = \lambda I_1(\varepsilon) g^{ij} + 2\mu \varepsilon^{ij}, \quad (3)$$

де  $g_{ij}$  – компоненти матриці, оберненої до матриці  $g_{ij}$ , яка обчислюється за (1),  $g^{11} = g^{33} = 1$ ,  $g^{22} = \frac{1}{r^2}$ ;

$\varepsilon^{ij}$  – компоненти матриці, оберненої до матриці  $\varepsilon^{ij}$ , яка обчислюється за (2), і знаходяться за формулою  $\varepsilon^{sk}(r, \varphi, s) = \sum \sum g^{is} g^{jk} \varepsilon_{ij}(r, \varphi, s)$ ,

$$\varepsilon^{11}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{11}(r, \varphi, s), \quad \varepsilon^{12}(r, \varphi, s) = \frac{1}{r^2} \varepsilon_{12}(r, \varphi, s),$$

$$\varepsilon^{13}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{13}(r, \varphi, s), \quad \varepsilon^{22}(r, \varphi, s) = \frac{1}{r^4} 2_{12}(r, \varphi, s),$$

$$\varepsilon^{23}(r, \varphi, s) = \frac{1}{r^2} \varepsilon_{23}(r, \varphi, s), \quad \varepsilon^{33}(r, \varphi, s) = \varepsilon_{33}(r, \varphi, s);$$

$\lambda$  та  $\mu$  – параметри Ламе, які обчислюються за формулами:

$$\mu = \frac{E}{2(\nu+1)}; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

де  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

В формулі (3) використовується величина першого інваріанта тензора деформацій, яка визначається за формулою:

$$I_1(\varepsilon) = \sum_{i,j=1}^3 \varepsilon_{ij}(r, \varphi, s) g^{ij},$$

який для циліндричної системи координат рівний:

$$I_1(\varepsilon) = \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \frac{w_1(r, \varphi, s)}{r} + \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial s}. \quad (4)$$

За формулою (3) з використанням (4) знаходяться всі компоненти тензора зміни напружень:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma^{11}(r, \varphi, s) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \\ &+ \lambda \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\lambda}{r} w_1(r, \varphi, s), \\ \Delta \sigma^{12}(r, \varphi, s) &= \Delta \sigma^{21}(r, \varphi, s) = \frac{\mu}{r^2} \left( \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial r} \right) - \\ &- \frac{2\mu}{r^3} w_2(r, \varphi, s), \\ \Delta \sigma^{13}(r, \varphi, s) &= \Delta \sigma^{31}(r, \varphi, s) = \mu \left( \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial r} \right), \\ \Delta \sigma^{22}(r, \varphi, s) &= \frac{(\lambda + 2\mu)}{r^4} \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r} + \\ &+ \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{(\lambda + 2\mu)}{r^3} w_1(r, \varphi, s), \\ \Delta \sigma^{23}(r, \varphi, s) &= \Delta \sigma^{32}(r, \varphi, s) = \frac{\mu}{r^2} \left( \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} \right), \\ \Delta \sigma^{33}(r, \varphi, s) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial s} + \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \\ &+ \lambda \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r} + \frac{\lambda}{r} w_1(r, \varphi, s). \end{aligned} \quad (5)$$

Фізичні компоненти тензора напружень визначаються з врахуванням того, що вектори базису  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_3$  мають одиничну довжину, а довжина вектора  $\varepsilon_2$  становить  $r$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^{11} &= \Delta \sigma^{11} + \sigma_0^{11}, \\ \sigma_{\varphi}^{12} &= \sigma_{\varphi}^{21} = r \cdot \Delta \sigma^{12} + \sigma_0^{12}, \\ \sigma_{\varphi}^{13} &= \sigma_{\varphi}^{31} = \Delta \sigma^{13} + \sigma_0^{13}, \\ \sigma_{\varphi}^{22} &= r^2 \cdot \Delta \sigma^{22} + \sigma_0^{22}, \\ \sigma_{\varphi}^{32} &= \sigma_{\varphi}^{23} = r \cdot \Delta \sigma^{32} + \sigma_0^{32}, \\ \sigma_{\varphi}^{33} &= \Delta \sigma^{33} + \sigma_0^{33}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\sigma_0^{ij}$  – фізичні компоненти тензора напружень в початковий момент часу.

За фізичними компонентами тензора напружень обчислюється інтенсивність напружень, квадрат якої пропорційний до другого інваріанта тензора напружень:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{(\sigma_\phi^{11} - \sigma_\phi^{22})^2 + (\sigma_\phi^{22} - \sigma_\phi^{33})^2 + (\sigma_\phi^{33} - \sigma_\phi^{11})^2 + 6((\sigma_\phi^{12})^2 + (\sigma_\phi^{23})^2 + (\sigma_\phi^{31})^2)}{2}}$$

Вона використовується для перевірки критерію пластичності за Мізесом [3, 4], який використовується для перевірки матеріалу на міцність згідно ДБН В.2.6-163 2010:

$$\sigma_i \leq \frac{\gamma_c \sigma_{mek}}{\gamma_m},$$

де  $\sigma_{mek}$  – межа текучості матеріалу, яка вибирається згідно ДСТУ Б В.2.6-183:2011 [5];

$\gamma_c$  – коефіцієнт умов роботи конструкції, який вибирається згідно ДБН В.2.6-163 2010 [6], і для РВС рівний 0,8;

$\gamma_m$  – коефіцієнт надійності за матеріалом, який вибирається згідно ДБН В.2.6-163 2010 і для матеріалів, які використовуються для побудови РВС рівний 1,025.

Дані про переміщення точок поверхні стінки резервуара задаються дискретно, що вимагає застосування інтерполяційних та апроксимаційних процедур [7]. Для відтворення переміщень поверхні стінки резервуара можна застосувати апроксимацію координат точок поверхні стінки в два моменти часу з використанням згладжуючих сплайнів, що дає змогу зменшити вплив похибки вимірювання [8].

Значення сплайнів, що обчислюються по різних координатах повинні співпадати в кожній точці. Тому, для апроксимації координат в залежності від полярного кута використовується згладжуючий періодичний сплайн, а від висоти та радіуса – кубічний сплайн, за вузлові точки якого приймаються згладжені в залежності від кута координати. Апроксимація проводиться окремо для кожного виду переміщень.

Згладжування полягає у введенні в функціонал, що мінімізується, ще одного доданку, який і характеризує відхилення від заданих точок. Функціонал набуває наступного вигляду:

$$\int_{\chi_1}^{\chi_2} f''(\chi)^2 dx + \sum_k p_k (f(\chi_k) - \zeta_k)^2 \rightarrow \min, \quad (7)$$

де  $p_k$  – вагові коефіцієнти, які характеризують ступінь відхилення сплайну від заданих точок;

$f(\chi)$  – кубічний сплайн;

$\zeta_k$  – значення функції у вузлових точках;

$\chi_1$  і  $\chi_2$  – межі зміни аргументу функції.

Як видно з формули (7), чим більший ваговий коефіцієнт певної точки, тим ближче до неї проходить згладжуючий сплайн і тим самим наближається до кубічного інтерполяційного сплайну [9].

Для визначення вагових коефіцієнтів  $p_k$ , які характеризують ступінь відхилення сплайну від заданих точок, використовується напівобернений метод обчислення зміни напружень в залежності від переміщень окремо по кожному з напрямків.

Він полягає в тому, що за компонентами тензора зміни напружень з урахуванням квазістаціонарності процесу деформування перевіряється виконання умов рівноваги, які без урахування масових сил записуються у вигляді [2]:

$$\sum_{j=1}^3 \nabla_j \sigma^{ij} = 0. \quad (8)$$

Для рівнянь системи (8) шляхом підстановки співвідношень (6) одержуються функції  $F_i(r, \varphi, s)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , які є нев'язками відповідно кожного з рівнянь системи (8):

$$\begin{aligned} F_1(r, \varphi, s) = & \frac{\lambda + 2\mu}{r} \left[ \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial r} + r \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial r^2} \right] + \\ & + \frac{\lambda + \mu}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 w_2(r, \varphi, s)}{\partial r \partial \varphi} + r^2 \frac{\partial^2 w_3(r, \varphi, s)}{\partial r \partial s} \right] + \\ & + \frac{\mu}{r^3} \left[ r \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial \varphi^2} + r^3 \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial s^2} - 4 \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} - 2r w_1(r, \varphi, s) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2(r, \varphi, s) = & \frac{\lambda + 2\mu}{r^4} \frac{\partial^2 w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi^2} + \frac{\lambda + 5\mu}{r^3} \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} + \\ & + \frac{\lambda + \mu}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial r \partial s} + \frac{\partial^2 w_3(r, \varphi, s)}{\partial \varphi \partial s} \right] + \\ & + \frac{\mu}{r^3} \left[ r \frac{\partial^2 w_2(r, \varphi, s)}{\partial r^2} + r \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial s^2} + \frac{\partial w_2(r, \varphi, s)}{\partial \varphi} - \frac{6}{r} w_2(r, \varphi, s) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3(r, \varphi, s) = & (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w_3(r, \varphi, s)}{\partial s^2} + \\ & + \frac{\lambda + \mu}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 w_2(r, \varphi, s)}{\partial s \partial \varphi} + r^2 \frac{\partial^2 w_1(r, \varphi, s)}{\partial r \partial s} + r \frac{\partial w_1(r, \varphi, s)}{\partial s} \right] + \\ & + \frac{\mu}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 w_3(r, \varphi, s)}{\partial \varphi^2} + r^2 \frac{\partial^2 w_3(r, \varphi, s)}{\partial r^2} - r \frac{\partial w_3(r, \varphi, s)}{\partial r} \right]. \end{aligned}$$

Далі знаходяться величини:

$$\Delta_i = \int_V F_i(s, \varphi, r) dV \approx \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{\pi(R_{\max}^2 - R_{\min}^2)}{MN} LF_i(s_j, \varphi_L, R_s),$$

де  $V$  – об’єм стінки резервуара;

$M, N$  – кількість точок розбиття по повздожній та полярній координаті.

Після цього розв’язується задача безумовної мінімізації функції багатьох змінних  $\Delta$  за методом Нелдера-Міда [10]:

$$\Delta = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\Delta_i)^2}.$$

За обчисленими ваговими коефіцієнтами  $p_k$  будується згладжуючий періодичний сплайн.

Таким чином можна відтворити переміщення поверхню стінки РВС за даними про координати окремих точок.

Оскільки стінка резервуара – це зварна конструкція, яка має певну кількість вертикальних та горизонтальних зварних швів. Для врахування цього пропонується в місцях зварних з’єднань задавати інші фізичні параметри матеріалу (модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона). Матеріал стінки резервуара розглядається як макроскопічно неоднорідний і використовується детерміністичний підхід: вважається відомою залежність від циліндричних координат модуля Юнга  $E(r, \varphi, s)$  і коефіцієнта Пуассона  $\nu(r, \varphi, s)$ . Тоді параметри Ламе в законі Гука для пружньодеформованого тіла також будуть залежати від циліндричних координат. Використовувати ефективний кінетичний коефіцієнт не є доцільним, оскільки визначаються напруження в кожній точці стінки резервуара, а не їх усереднене значення.

Для сталі модуль Юнга становить 210000 МПа, коефіцієнт Пуассона – 0,3. Параметри матеріалу зварних з’єднань рекомендується визначати з врахуванням коефіцієнту 0,8 для ручної зварки, та 0,9 для автоматичної зварки згідно РД 153-112-017-97 [11].

На рис. 1 показано радіальні переміщення стінки РВС, в якій горизонтальний зварний шов знаходиться на висоті 2 м. В цьому випадку переміщення по радіусу залежать від висоти резервуара, що зумовлено наявністю зварного шва, і не залежать від кута.

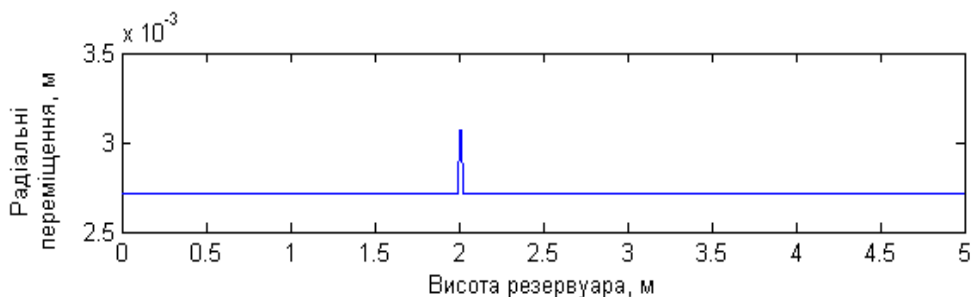


Рис. 1. Залежність переміщення по радіусу від висоти стінки резервуара

Залежність нормальних кільцевих напружень, розрахованих за формулами (5), від висоти стінки РВС наведено на рис. 2, де видно, що на висоті 2 м напруження сягають дещо більших значень, що зумовлено наявністю на цій висоті зварного з'єднання. Проте збільшення напружень на 10 МПа є несуттєвим в зв'язку з тим, що товщина зварного з'єднання є більшою за стінку резервуара.

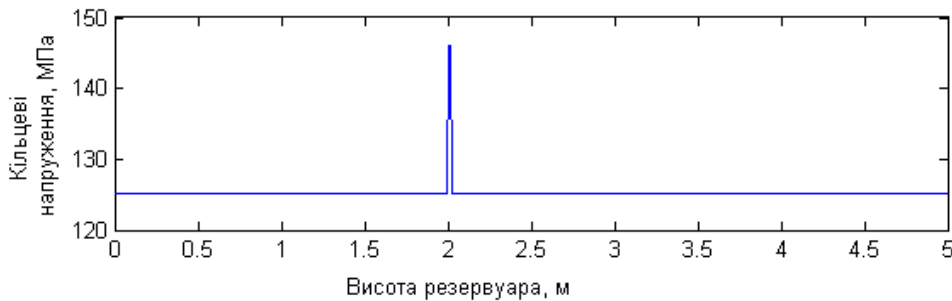


Рис. 2. Розподіл кільцевих напружень матеріалу внутрішньої поверхні стінки по висоті резервуара

Також в стінках РВС часто наявні дефекти форми типу хлопун. Хлопунами називають зони стінки чи днища РВС, в яких при зміні навантажень відбувається зміна форми з випуклості на вм'ятину або навпаки. Наявність хлопунів при вимірюванні в перший момент часу впливає на визначення зміни НДС матеріалу стінки РВС за переміщеннями точок поверхні, оскільки при зміні їх форми з вм'ятини на випуклість можна зафіксувати значні переміщення, які, однак, не відповідають зміні напружень. Тобто матеріал стінки в ділянці хлопуну переходить в зону пластичності, а розроблена математична модель розглядає процес деформування в рамках теорії пружності.

Для виявлення зони хлопуну порівнюються знаки других похідних від радіальних координат точок стінки по висоті в перший та другий моменти часу: якщо знаки відрізняються, то в цій ділянці є хлопун. У випадку, якщо хлопун утворився між вимірюваннями в перший та другий моменти часу, на цій ділянці необхідно проводити додаткові дослідження іншими методами визначення НДС.

Промодельоване положення стінки з наявним у ній хлопунуом в два моменти часу наведено на рис. 3.

Нехай в перший момент часу, у порожньому резервуарі хлопун має форму вм'ятини, тому профіль його стінки має наступний вигляд (а). Якщо резервуар наповнити, відповідно, профіль його стінки набуде положення (в). Однак, такі великі переміщення не будуть адекватно відображати зміну НДС, реальне переміщення твірної стінки під впливом тиску рідини буде від положення (б) до (в), оскільки при переміщенні твірної з положення (а) в положення (б) напруження не змінюватимуться.



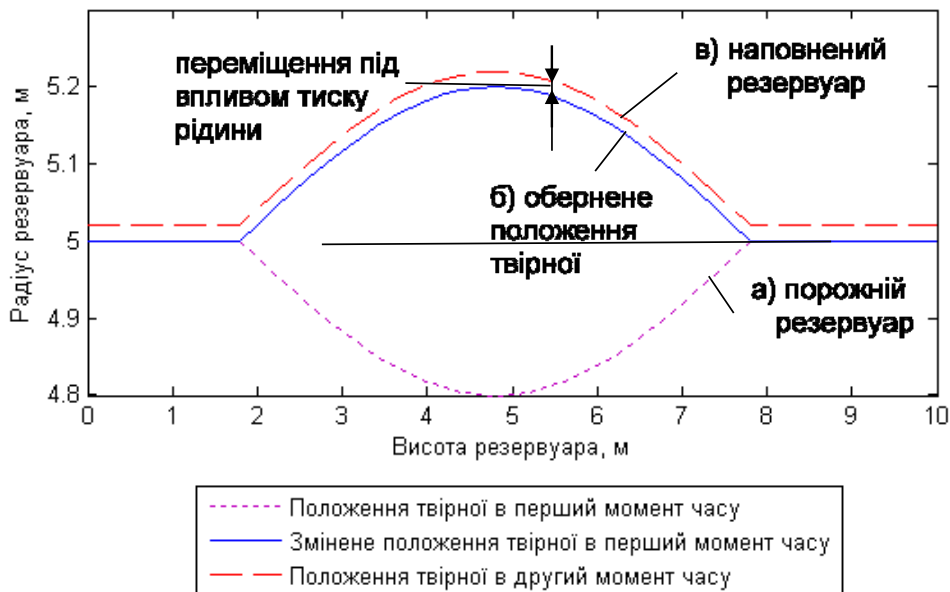


Рис. 3. Положення твірної стінки резервуара з хлопунком

З метою врахування впливу хлопуну координати точок стінки РВС в ділянці хлопуну в перший момент часу перетворюються так, щоб друга похідна стала такого самого знаку, як в другий момент часу. Тобто хлопун уже змінив своє положення з вм'ятини (а) на випуклість (б) (або навпаки), але ще не набув положення, яке відповідає другому моменту часу (в). Зміна положення стінки з проміжного стану (б) у кінцевий стан (в) зумовлена впливом тиску рідини, що зберігається. Для компенсації великих переміщень при так званому ненавантаженому інвертуванні хлопуну (а-б) визначаються межі зони хлопуну, тобто точки, де друга похідна від радіальних координат точок стінки по висоті рівна нулю або змінює знак. Через кінці зони хлопуну будується пряма, симетрично до якої обертаються координати точок поверхні стінки РВС. Слід звернути увагу, що кінці зони хлопуну розміром в один крок дискретизації не обертаються, що обумовлює виникнення піків напружень на краях хлопуну.

Для перевірки запропонованого підходу проведено розрахунок для ідеальної циліндричної поверхні стінки. Залежність кільцевих напружень від висоти резервуара для змодельованого хлопуну використовуючи скоректовані значення переміщень у розробленій вище математичній моделі показано на рис. 4.

Як видно з рис. 4 (а) напруження без врахування впливу хлопуну (перехід з стану (а) в стан (в) рис. 3) значно перевищують межу текучості сталі і не відповідають реальній картині процесу деформування. Натомість розподіл напружень на рис. 4 (б), де враховується переміщення

під впливом тиску рідини (перехід з стану (б) в стан (в) рис. 3), дає адекватні значення напружень: в зоні вм'ятини, що утворилася значення напружень дещо менші, що зумовлено меншим радіусом кривизни, на краях хлопун напруження сягають більших значень, що відповідає реальній картині процесу деформування.

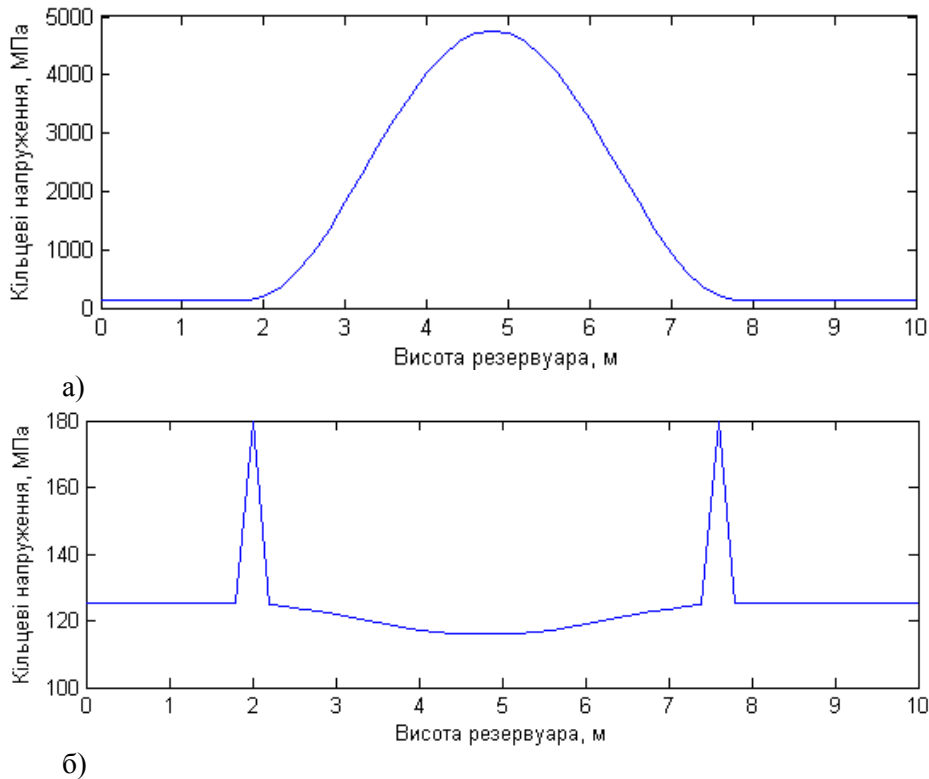


Рис. 4. Залежність кільцевих напружень від висоти резервуара: а) без врахування впливу хлопун; б) з урахуванням впливу хлопун

Таким чином, розроблена математична модель дає змогу обчислити напружено-деформований стан матеріалу стінки РВС в рамках теорії пружності за переміщеннями точок їх поверхні та враховувати зварні з'єднання та дефекти геометрії стінки, зокрема дефект типу хлопун.

### *Література*

1. Олійник А.П. Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопровідних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації: наукове видання [Текст] / А.П. Олійник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. – 320 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошных сред: учеб. пособие: в 2 т. [Текст] / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1984. – 560 с.
3. Richard von Mises. Mathematical Theory of Probability and Statistics [Текст] / Richard von Mises. – New York, Academic Press, 1964. – 694 с.

4. Заміховський Л.М. Оцінка напружено-деформованого стану вертикальних сталевих циліндричних резервуарів за переміщеннями точок їх поверхні [Текст] / Л.М. Заміховський, Х.В. Паньків // Вісник КДПУ. – 2007. – Ч.1, Вип.4. – С. 141-143.
5. Резервуари вертикальні циліндричні сталеві для нафти та нафтопродуктів. Загальні технічні умови (ГОСТ 31385–2008, NEQ) [Текст]: ДСТУ Б В.2.6–183:2011. – [Чинний від 2012–10–01]. – К.: Мінрегіон України, 2012. – 77 с. – (Національний стандарт України).
6. Конструкції будівель і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. [Текст]: ДБН В.2.6-163 2010. – [Чинний від 2011-01-12]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – (Державні будівельні норми України).
7. Самарский А.А. Численные методы [Текст]: учеб. пособие / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
8. Олійник А.П. Оцінка впливу точності вимірювання переміщень точок поверхні на результати математичного моделювання напружено-деформованого стану трубопроводів [Текст] / А. Олійник, Х. Мартинюк, І. Гураль // Фізика і хімія твердого тіла. – 2006. – Т.7, №2. – С. 374-377.
9. Мартинюк Х.В. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ділянок трубопроводу з оптимізацією процедури згладжування початкових даних [Текст] / Х.В. Мартинюк, А.П. Олійник // Методи та прилади контролю якості. – Івано-Франк.: ІФНТУНГ. – 2005. – №13. – С. 21-25.
10. Nelder J.A. [Електронний ресурс] / J.A. Nelder, R. Mead // Computer Journal. – 1965. – Vol.7. – Режим доступу: <http://comjnl.oxfordjournals.org/content/7/4/308.full.pdf+html>
11. Инструкция по диагностике и оценке остаточного ресурса вертикальных стальных резервуаров [Текст]: РД 153–112–017–97. – [Чинний від 1997–07–01]. – М.: АО "Нефтемонтиагностика", 1997. – (Руководящие документы АО "Нефтемонтиагностика").

*Стаття надійшла до редакційної колегії 25.12.2014 р.*

*Рекомендовано до друку д.т.н., професором Заміховським Л.М.,  
д.т.н., професором Олійником А.П.*

## **MATHEMATICAL MODELING OF STRESS-STRAIN MODE OF VERTICAL STEEL CYLINDRICAL TANK WITH FLOPS ON A WALL**

**Kh. V. Pankiv**

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;  
76019, Ivano-Frankivs'k, Carpathians str., 15; e-mail: ktsu@nung.if.ua*

---

*In the article the method of determining the stress-strain state of the vertical steel tanks wall's material using its surface displacements is offered, which will in directly take into account all the loads that influence on the tank. Also, the method of the welded joints presence consideration is shown. Special attention is given to wall sections with flocs form defects in which there are sign ifi cant displacement that are not caused by stress changes.*

**Key words:** *stress-strain mode, vertical cylindrical steel tank, tensor, coordinates.*