

# Механіка

УДК 681.5.015

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛО- ТА МАСООБМІНУ ДЛЯ КАМЕРИ ПАРОВОГО ЗВОЛОЖЕННЯ

**І. М. Голінко, І. Є. Галицька, В. Ю. Степаненко**

*Національний технічний університет України «КПІ»,  
м. Київ, пр. Перемоги, 37, gal@pti.kpi.ua*

*Розглядається динамічна модель тепло- й масообмінних процесів для камери парового зволоження. Запропоновано математичний опис, який представляє динамічні властивості камери зволоження за основними каналами регулювання та збудження. Математична модель може використовуватись спеціалістами по автоматизації для аналізу та налаштуванню систем управління промисловими кондиціонерами.*

**Ключові слова:** системи штучного мікроклімату, камера зволоження, парове зволоження, динамічна модель, тепло- та масообмінні процеси.

### Вступ

Системи штучного мікроклімату (СШМ) відображують складний технологічний процес (ТП), який має чималий діапазон зміни вихідних даних, і як об'єкт керування (ОК) є багатомірним, розподіленим і нелінійним. З цих причин аналіз існуючих методів автоматизації та синтезу нових ефективних методів керування СШМ відіграє важливу роль. Перед спеціалістами систем автоматичного керування (САК) постає завдання визначення меж деталізації математичної моделі складних ТП. З одного боку – модель повинна бути простою для її дослідження та синтезу САК, а з іншого – повинна враховувати особливості ТП (суттєві нелінійності, взаємозв'язки каналів впливу, збурення тощо). САК кондиціонера необхідно розглядати в рамках єдиного комп'ютерно-інтегрованого комплексу із технологічними взаємозв'язками між обладнанням кондиціонера. Робота присвячена саме цим питанням – розробці аналітичних моделей нестационарного тепло- та масообміну для кліматичного обладнання СШМ.

Кліматичне обладнання СШМ для реалізації енергозберігаючих алгоритмів керування складається з теплообмінних апаратів (калорифери підігріву, охолоджувачі) та зволожувачів. Оскільки динамічні властивості таких апаратів в загальному випадку різні – відповідні матема-

тичні моделі повинні залежати від апарату, який включено в систему регулювання, та дозволяти синтезувати комплексну динамічну модель для розробки САК кондиціонера. Математичні моделі калориферів та охолоджувачів представлені в [1], [2].

### Постановка задачі

Метою роботи є розроблення динамічної моделі камери парового зволожувача для аналізу й налаштування систем керування промисловими кондиціонерами [3].

### Динамічна модель парозволожувача

Камери парового зволоження знайшли широке використання в області кондиціонування повітря. Завдяки технологічним особливостям парове зволоження є незамінними для створення штучного мікроклімату: в операційних приміщеннях, у технології виготовлення ліків або надчистих матеріалів радіоелектронної промисловості тощо.

На відміну від камер форсуночного та сотового зволоження (процес адіабатного або політропного зволоження) при паровому зволоженні (процес ізотермічного зволоження) відсутня потреба додаткового нагріву повітря після зволоження, що дозволяє реалізовувати системи штучного мікроклімату з мінімальними витратами енергоресурсів [4]. Автоматизація камер парового зволоження більш проста у порівнянні з камерами сотового та форсуночного зволоження [5].

При розробці математичної моделі парозволожувача за основу взято роботу [6], де аналізується камера зволоження без парогенератора, який, як динамічний елемент генерації пари, характеризується власною динамікою. При отриманні математичної моделі парового зволожувача, В. В. Вичужанін [6] розглянув диференційне рівняння матеріального балансу камери зволоження у величинах відносної вологості, яке лінеаризовано. Відносна вологість визначається суттєвою нелінійною залежністю від температури повітря [4], [5]. Як наслідок, температурний діапазон використання лінійної моделі невеликий. Доцільніше рівняння матеріального балансу камери зволоження розглядати у величинах вологовмісту повітряної суміші, а при необхідності переходу до одиниць відносної вологості можна скористатися залежностями перерахунку [7].

Для моделі парозволожувача прийняті наступні спрощення: теплообмін із навколишнім середовищем відсутній; модель містить два динамічні елементи (повітряний простір камери зволоження та парогенератор з водою) із зосередженими параметрами; пара, що генерується парогенератором повністю асимілюється у повітрі; фізичні властивості матеріальних потоків наведено до усереднених значень робочого діапазону апарату.

Розрахункова схема парозволожувача зображена на рис. 1. У повітряний простір камери зволоження об'ємом  $V_A = H \times L \times C$  надходить повітря з температурою  $\theta_{A0}(t)$  та вологовмістом  $d_{A0}(t)$ , витрата повіт-

ря  $G_A(t)$ . Через паропровід у камеру зволоження подається пара із масовою витратою  $G_P(t)$ . Паропровід приєднаний до парогенератора. У парогенераторі міститься вода, рівень якої автоматично підтримується системою стабілізації рівня за допомогою живильної води з температурою  $\theta_{W0}(t)$  та витратою  $G_{W0}(t)$ . У парогенераторі знаходяться електроди, через які пропускають електричний струм потужністю  $N_E(t)$ , за рахунок чого генерується пара. Пара асимілюється у повітрі, зволожуючи його до вихідних параметрів повітряної суміші  $\theta_A(t)$ ,  $d_A(t)$ .

Розглянемо тепловий і матеріальний баланси для повітряної суміші камери зволоження та парогенератора.

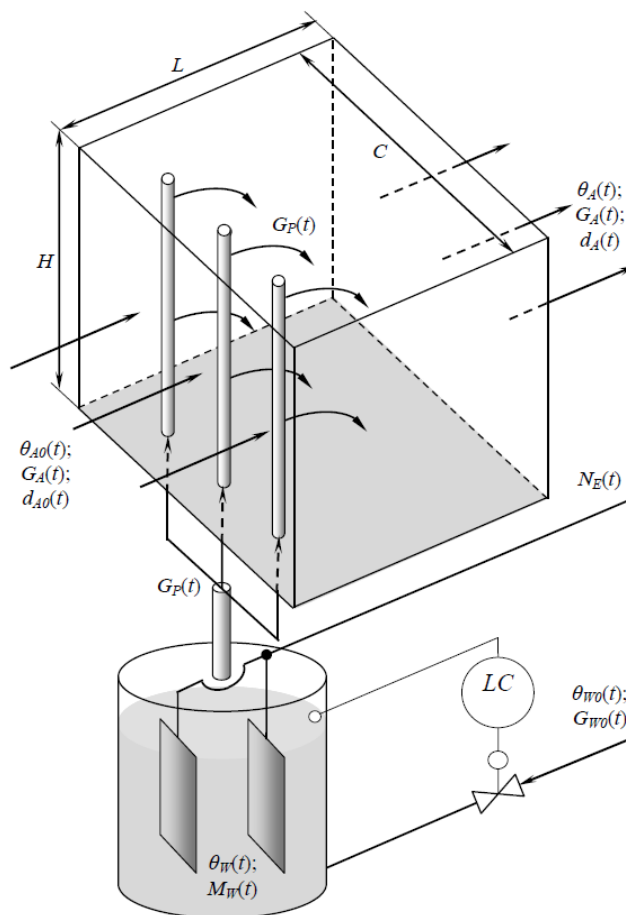


Рис. 1. Розрахункова схема парозволожувача

Тепловий баланс для повітряної суміші камери зволоження з зазначеними вище припущеннями набуває вигляду:

$$G_A \left[ c_A (\theta_{A0} - \theta_A) + \frac{r}{1000} (d_{A0} - d_A) \right] + r G_P = c_A M_A \frac{d\theta_A}{dt}. \quad (1)$$

де  $c_A$  – теплоємність повітря;  $r$  – теплота пароутворення;  $M_A$  – маса вологого повітря у об'ємі  $H \times L \times C$  камері зрошення. Права частина (1) характеризує акумуляцію теплоти у повітряному просторі камери зволоження. У лівій частині перший член характеризує кількість теплоти, яка вноситься й виноситься вологим повітрям у камері зволоження; другий – кількість теплоти, яка вноситься паром при ізотермічному зрошуванні повітря.

Розглянемо матеріальний баланс для повітряного простору камери зволоження. Маса води, що акумулюється у повітряному просторі зволожувача, визначається як різниця масових витрат вхідної/вихідної пари та пари, що подається з парогенератора

$$\frac{G_A}{1000} (d_{A0} - d_A) + G_P = V_A \frac{d\rho_A}{dt}. \quad (2)$$

Тепловий та матеріальний баланси для парогенератора представлені відповідними рівняннями:

$$G_W c_W \theta_{W0} + N_E - r G_P = c_W \frac{dM_W \theta_W}{dt}; \quad (3)$$

$$G_W - G_P = \frac{dM_W}{dt}; \quad (4)$$

де  $\theta_{W0}$  – температура живильної води;  $\theta_W$  – температура води в парогенераторі (у робочому  $\theta_W = 100^\circ C$ )  $G_P$ ,  $G_W$  – масові витрати пари та води;  $c_W$  – теплоємність води;  $r$  – теплота пароутворення;  $N_E$  – потужність парогенератора;  $M_W$  – маса води в парогенераторі. Конструкція парогенератора включає систему стабілізації рівня води. З цих міркувань  $M'_W \approx 0$ , а диференціальне рівняння (4) перетворюється у алгебраїчне  $G_W - G_P \approx 0$ . Також, прийемо до уваги постійну температуру води у парогенераторі  $\theta_W \approx 100^\circ C$ , звідки для рівняння (3)  $dM_W \theta_W / dt \approx 0$ , із якого легко визначити  $G_P$ :

$$G_P = \frac{1}{r - c_W \theta_{W0}} N_E. \quad (5)$$

Після групування подібних для (1), (2) із врахуванням (5) та  $G_A \approx const$ , отримаємо динамічну модель парогенератора:

$$\begin{cases} T_A \frac{d\theta_A}{dt} + \theta_A = k_0 \theta_{A0} + k_1 d_{A0} + k_2 d_A + k_3 N_E; \\ T_d \frac{dd_A}{dt} + d_A = k_4 d_{A0} + k_5 N_E; \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{де } T_A = \frac{M_A}{G_A}; \quad T_d = \frac{\omega V_A}{G_A}; \quad k_0 = 1; \quad k_1 = \frac{r}{1000 c_A G_A}; \quad k_2 = -k_1;$$

$$k_3 = \frac{r}{c_A G_A (r - c_W \theta_{W0})}; \quad k_4 = 1; \quad k_5 = \frac{1000}{r - c_W \theta_{W0}}.$$

Математичну модель (6) представлено у просторі станів:  
 $X' = AX + BU;$

де

$$X = \begin{bmatrix} \theta_A \\ d_A \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_A} & \frac{k_2}{T_A} \\ 0 & -\frac{1}{T_d} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{k_0}{T_A} & \frac{k_1}{T_A} & \frac{k_3}{T_A} \\ 0 & \frac{k_4}{T_d} & \frac{k_5}{T_d} \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} \theta_{A0} \\ d_{A0} \\ N_E \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Застосувавши перетворення Лапласа до системи (6), отримаємо:

$$d_A = \frac{1}{T_d p + 1} [k_4 d_{A0} + k_5 N_E]; \quad (8)$$

$$\theta_A = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1} [(b_1 p + b_0) \theta_{A0} + (b_3 p + b_2) d_{A0} + (b_5 p + b_4) N_E]; \quad (9)$$

тут  $a_1 = T_A + T_d$ ;  $a_2 = T_A T_d$ ;  $b_0 = k_0$ ;  $b_1 = k_0 T_d$ ;  $b_2 = k_1 + k_2 k_4$ ;  
 $b_3 = k_1 T_d$ ;  $b_4 = k_3 + k_2 k_5$ ;  $b_5 = k_3 T_d$ .

Використовуючи зворотне перетворення Лапласа, можна знайти аналітичний розв'язок (8) і (9) за каналами регулювання та збурення.

Таким чином, отримано динамічну модель камери парового зволоження, яку можна представити однією із рівноцінних залежностей (6), (7), (8) або (9), що визначається методами синтезу системи керування й вподобаннями дослідника.

Для СШМ часто потрібно визначити відносну вологість повітря, яка описується залежністю

$$\phi = \frac{P_{II}}{P_H} 100\%, \quad (10)$$

тут  $P_{II}$  – парціальний тиск повітряної суміші,  $P_{II} = \frac{P_0 d}{623 + d}$ ;  $P_H$  – тиск насиченої пари, можна визначити за емпіричною залежністю  $P_H = 479 + (11.52 + 1.62 \theta)^2$ . Звідки, отримаємо математичну модель розрахунку відносної вологості за температурою  $\theta_A$  та вологовмістом  $d_A$  повітряної суміші

$$\phi_A = \frac{P_0 d_A}{(623 + d_A)(479 + [11.52 + 1.62 \theta_A]^2)} 100\%. \quad (11)$$

### Приклади моделювання перехідних процесів у паровому зволожувачі

Розглянемо моделювання динамічних процесів для камери парового зволоження КЦКП-20 компанії “ВЕЗА” у комплекті із парогенератором SMU-233. Дані теплофізичних величин для дослідження моделі камери парового зволоження приведені в табл. 1.

Таблиця 1. Дані теплофізичних величин для моделювання камери зволоження КЦКП-20

№ п.п	Назва параметру	Позначення	Числове значення	Розмірність
1.	Габарити камери зволоження	$H \times C \times L$	$1 \times 1.4 \times 1.9$	$m$
2.	Витрата повітряної суміші через зволожувач	$G_A$	6.6667	$кг/сек$
3.	Номинальна потужність парогенератора	$N_E$	16000	$Вт$
4.	Густина вологого повітря	$\rho_A$	1.2	$кг/м^3$
5.	Густина сухого повітря	$\omega$	1.2	$кг/м^3$
6.	Теплоємність вологого повітря	$c_A$	1010	$Дж/(кг \cdot ^\circ C)$
7.	Теплоємність води	$c_W$	4182	$Дж/(кг \cdot ^\circ C)$
8.	Теплота пароутворення водяної пари	$r$	2256000	$Дж/кг$
9.	Вхідна температура повітря	$\theta_{A0}$	20	$^\circ C$
10.	Вихідна температура повітря	$\theta_A$	20	$^\circ C$
11.	Вхідна температура води для парогенератора	$\theta_{W0}$	20	$^\circ C$
12.	Вхідний вологовміст повітря	$d_{A0}$	2	$г/кг$
13.	Вихідний вологовміст повітря	$d_A$	6	$г/кг$

Для даного обладнання визначимо коефіцієнти моделі (6) та (9)  $d_A(t)$ :  
 $T_A = T_d = 0.4788$ ;  $k_0 = 1$ ;  $k_1 = 0.335$ ;  $k_2 = -0.335$ ;  $k_3 = 1.5423 \cdot 10^{-4}$ ;  
 $k_4 = 1$ ;  $k_5 = 4.6033 \cdot 10^{-4}$ ;  $a_1 = 0.9576$ ;  $a_2 = 0.2292$ ;  $b_0 = 1$ ;  $b_1 = 0.4788$ ;  
 $b_2 = 0$ ;  $b_3 = 0.1604$ ;  $b_4 = 0$ ;  $b_5 = 7.3847 \cdot 10^{-5}$ .

Знайдені коефіцієнти використаємо у (7) – (9) та отримаємо:

$$\begin{bmatrix} \theta'_A \\ d'_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.0886 & -0.6998 \\ 0 & -2.0886 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ d_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.0886 & 0.6998 & 3.2212 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 2.0886 & 9.6142 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{A0} \\ d_{A0} \\ N_E \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\Delta d_A = \frac{1}{0.4788p + 1} \left[ \Delta d_{A0} + 4.6033 \cdot 10^{-4} N_E \right]; \quad (13)$$

$$\theta_A = \frac{1}{0.2292p^2 + 0.9576p + 1} \left[ (0.4788p + 1)\theta_{A0} + 0.1604 p d_{A0} + 7.3847 \cdot 10^{-5} p N_E \right]. \quad (14)$$

Перехідні процеси у паровому зволожувачі для моделей (12) – (14)

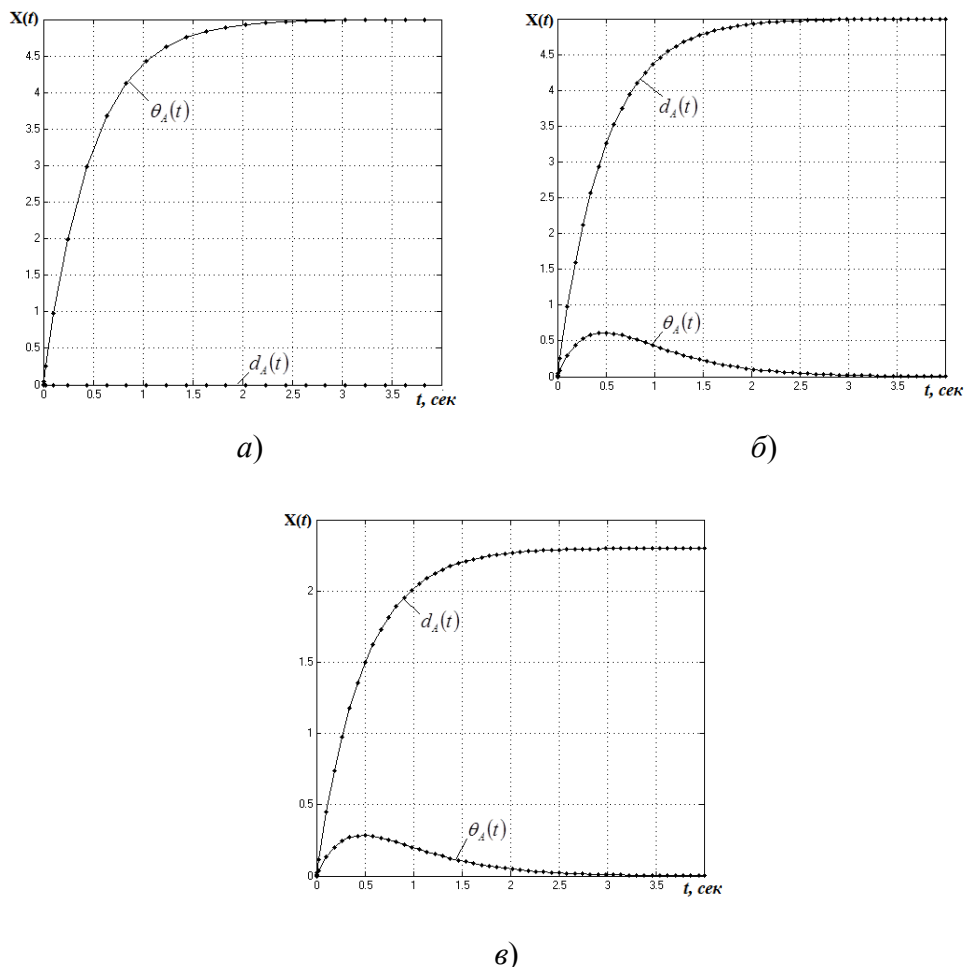


Рис. 2. Перехідні процеси у паровому зволожувачі за каналами впливу: а)  $\theta_{A0} \rightarrow X(t)$ ; б)  $d_{A0} \rightarrow X(t)$ ; в)  $N_E \rightarrow X(t)$

### Висновки

Отримано аналітичну модель динамічного тепло- та масообміну для основного обладнання СШМ. На відміну від існуючих моделей, процеси масообміну описуються вологовмістом, що дозволяє розмежувати нелі-

нійний вплив температури на відносну вологість повітря. Такий підхід дозволяє переосмислити синтез САК кондиціонером на основі розмежування взаємного впливу регулюючих параметрів.

Отриману динамічну модель представлено рівноцінними залежностями: у вигляді системи диференціальних рівнянь; у просторі стану; у вигляді передатних функцій. Вибір математичного представлення визначається методами синтезу САК та вподобаннями дослідника.

Представлена динамічна модель може бути застосована при проектуванні промислового комп'ютерно-інтегрованого технологічного комплексу кондиціювання повітря. Це дозволить перевести систему керування кондиціонером на якісно новий рівень і забезпечить ефективне застосування енергоресурсів для системи штучного мікроклімату [8].

### *Література*

1. Голінко І.М. Моделювання температурного режиму теплообмінника / І.М. Голінко, А.І. Кубрак, А.С. Кравченко // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – №2/7(44). – С. 24-27.
2. Голінко І.М. Динамічна модель теплового режиму калорифера / І.М. Голінко, А.П. Ладанюк, Л.Д. Кошелева // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2009. – № 3(16). – С. 59-63.
3. Голінко І.М. Аналіз системи керування для промислового кондиціонера із парозволожувачем / І.М. Голінко, В.Г. Трегуб // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2012. – №6/8(60). – С. 14-18.
4. Белова Е.М. Центральные системы кондиционирования воздуха в зданиях / Е.М. Белова. – М.: Евроклимат, 2006. – 640 с.
5. Бондарь Е.С. Автоматизация систем вентиляции и кондиционирования воздуха / Е.С. Бондарь, А.С. Гордиенко и др. – К.: Аванпост-Прим, 2005. – 56 с.
6. Вичужанін В.В. Науково-технічні основи експлуатації суднових центральних систем комфортного кондиціювання повітря: дис. на здобуття наук. ступеня док. тех. наук: спец. 05.22.20 – Експлуатація та ремонт засобів транспорту / В.В. Вичужанін – Одеса, 2009. – 256с.
7. Гаврилкин В.П. Аналитическое определение параметров влажного воздуха / В.П. Гаврилкин, Е.А. Куранов // Вестник АГТУ. – 2007, № 2(37). – С. 148-151.
8. Аналіз та забезпечення ефективного керування системами штучного мікроклімату / І.М. Голінко, С.Г. Степаненко, І.Є. Галицька, В.Ю. Степаненко // Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки: матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції, 17-18 квітня 2013 р. – К., 2013. – С. 172-175.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 14.10.2014 р.*

*Рекомендовано до друку д.т.н., професором **Векериком В.І.**  
д.т.н., професором **Телеником С.Ф.** (м. Київ)*



---

---

**MATHEMATICAL MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER  
FOR STEAM HUMIDIFICATION CAM****I. M. Golinko, I. Y. Galitska, V. Y. Stepanenko***National technical university of Ukraine of «KPI»**Kiev, pr. Victories, 37, gal@pti.kpi.ua*

*The dynamic model heat-and-mass transfer for the cam of steam moistening is observed. The offered mathematical description of the humidifying cam considers dynamic behavior on the basic channels of perturbation and regulating. The mathematical model can be used by specialist in automation for the analysis and controller tuning of the industrial conditioners.*

**Key words:** *system of artificial microclimate, cam of moistening, steam moistening, dynamic model, heat-and-mass process.*