

Механіка

УДК 534.24

DOI: 10.31471/2304-7399-2023-18(68)-63-84

ПРО ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ СКІНЧЕННОЇ АКУСТИЧНОЇ АНТЕНИ ІЗ ЦИЛІНДРИЧНИХ ВОДОЗАПОВНЕНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

В.Г. Басовський*Інститут гідромеханіки НАН України;**03057, м. Київ, вул. Марії Канніст 8/4, Україна;**e-mail: basovsky@ukr.net*

Розглянуто задачу про випромінювання звуку скінченною антенною решіткою з водозповнених циліндричних перетворювачів з фланцями. Розглянуто два варіанти антенної решітки: однакова електрична напруга подається на електроди всіх перетворювачів і різна напруга для вирівнювання коливальних швидкостей останніх. Проаналізовано числові дані для основних електричних, механічних та акустичних характеристик антенної решітки з урахуванням акустичної взаємодії перетворювачів.

Ключові слова: перетворювач, антенна решітка, акустична взаємодія.

Вступ

Підводні електроакустичні перетворювачі для військово-морських і цивільних застосувань повинні працювати на різних глибинах, від кількох метрів до повної глибини океану. На великих глибинах перетворювачі працюють під дуже високим гідростатичним тиском, що може істотно впливати на акустичні характеристики, а також структурну та водонепроникну цілісність останніх. Загальноприйнятним підходом у минулому було використання матеріалів, які можуть витримувати великий гідростатичний тиск. Але це призводить до додаткових складнощів у конструкції. Одним із рішень проблеми глибокого занурення гідроакустичних перетворювачів є циліндричний перетворювач вільного затоплення,

в якому гідростатичний тиск однаковий із внутрішньої та зовнішньої сторони. Основою такого перетворювача переважно є радіально поляризоване п'єзокерамічне кільце. З цим перетворювачем пов'язані два основних режими коливань: радіальний резонанс оболонки та резонанс порожнини стовпа води. В роботі [1] вперше детально експериментально й теоретично досліджено резонанс порожнини відкритих радіально поляризованих кілець.

Циліндричний водозаповнений перетворювач є спрямованим джерелом звуку навіть із розміром меншим за довжину акустичної хвилі. Перетворювач можна зробити більш спрямованим, якщо розмістити кілька таких перетворювачів уздовж осі, сформувавши антенну решітку. Відомо, що в таких багатоеlementних антенних решітках взаємодія через поле між окремими перетворювачами може бути головним фактором, що визначає параметри та характер хвильового поля. Так у багатоеlementних антенних решітках рівні акустичної енергії, які випромінюють електроакустичні перетворювачі (навіть при однаковій електричній напрузі, що підводиться до них), можуть істотно відрізнятися один від одного. А в деяких несприятливих випадках окремі перетворювачі можуть навіть поглинати енергію із поля [2–9], що може бути причиною їх руйнування.

Тому строга постановка задачі про випромінювання звуку антенною решіткою із циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів повинна виходити з того факту, що реальні її характеристики визначаються фізичними властивостями перетворювачів, взаємним їх розташуванням, способом підводу енергії та ін. І можуть бути визначені тільки після розв'язання «наскрізної» задачі [6, 7, 9]. Така «наскрізна» задача для антенної решітки передбачає заданими електричні напруги на електродах перетворювачів, а шуканими тиск і коливальну швидкість в акустичному середовищі, а також нормальні коливальні швидкості на поверхнях перетворювачів. Розв'язання «наскрізної» задачі дозволяє ефективно вибирати системи генераторів для створення потрібного розподілу коливальних швидкостей на поверхнях циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів.

Метою цієї статті є постановка та розв'язання «наскрізної» задачі про випромінювання звуку шестиелементною антенною решіткою із відкритих циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів з фланцями.

1. Антенна решітка із циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів та основні припущення

Для подолання ряду труднощів під час постановки та розв'язання «наскрізної» задачі про випромінювання звуку антенною решіткою з від-

критих п'єзокерамічних циліндричних перетворювачів необхідно прийняти деякі гіпотези та припущення, пов'язані з особливостями конструкції як перетворювача, так і антенної решітки. Ці гіпотези та припущення дозволять побудувати ефективний розв'язок «наскрізної» задачі та дістати достовірні оцінки параметрів реальної конструкції антенної решітки на її електричній, механічній та акустичній сторонах.

Розглянемо антенну решітку із шести співвісних ідентичних циліндричних перетворювачів. Перетворювачі в решітці розташовані впритул без зазорів та жорстко скріплені між собою торцевими фланцями за допомогою болтів. Загальний вигляд антенної решітки показаний на рис. 1, *a*. Тут D_{fl} – зовнішній діаметр фланців; D_1 – зовнішній діаметр робочої поверхні перетворювачів; $h_b = h + 2d$ – висота перетворювача разом із фланцями, де h – висота циліндричної робочої поверхні перетворювача й d – товщина фланця. Кожен із шести перетворювачів являє собою водозаповнену конструкцію циліндричного перетворювача, що складається з двох секційованих п'єзокерамічних кілець. Кільця склеєні між собою торцями через склотекстолітову прокладку та герметизовані компаундом і тонкостінними титановими оболонками.

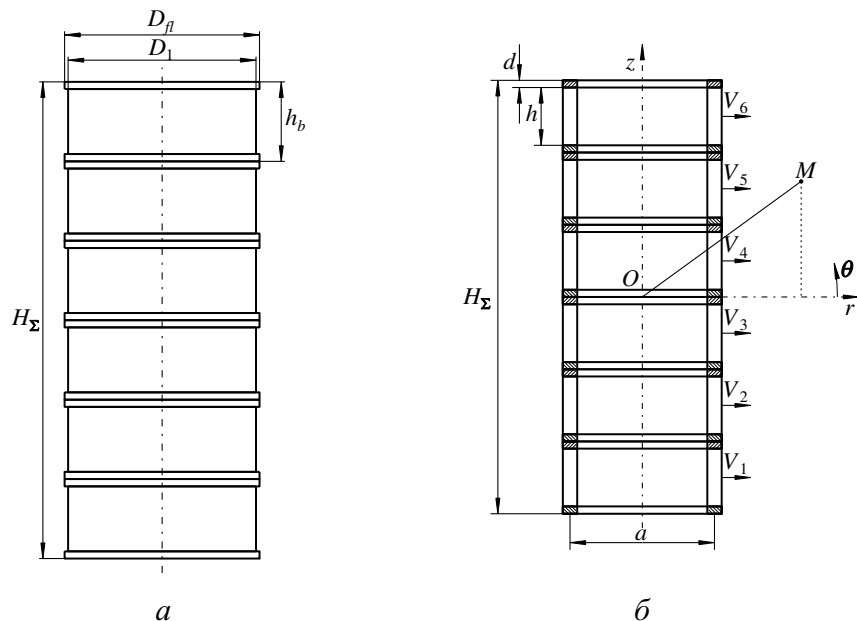


Рис. 1. Загальний вигляд антенної решітки (*a*) і осьовий переріз та систем координат для модельної решітки (*б*)

Активними елементами циліндричних перетворювачів є ідентичні

п'єзокерамічні секційовані кільця, які досить тонкі (відношення товщини стінки до середнього радіусу ≈ 0.095) і низькі (відношення висоти до середнього радіусу ≈ 0.315). Конструктивно кільця осесиметричні та на електроди всіх активних призм подається однакова електрична напруга. Зазначені особливості дають підставу припустити, що радіальні коливальні швидкості зовнішньої та внутрішньої поверхонь п'єзокерамічного кільця не залежать від осьової та окружної координат і мало відрізняються один від одного, причому цією відмінністю можна знехтувати. Водночас, факт малої висоти п'єзокерамічного кільця щодо його діаметра дозволяє прийняти гіпотезу про слабку зв'язаність радіальних і осьових коливань кільця.

Заливання компаундом системи з двох п'єзокерамічних кілець і подальша їх герметизація внутрішніми та зовнішніми титановими оболонками робить таку систему кілець монолітом. Тому можна вважати, що при однаковій електричній напрузі, що подається на електроди п'єзокерамічних кілець окремого взятого перетворювача, коливальні швидкості останніх рівні незалежно від зовнішнього акустичного навантаження. Зазвичай елементи армування та герметизації перетворювача утворюють єдину коливальну систему з активними елементами перетворювача, що досягається відповідним механічним сполученням [10, 11].

Зі сказаного вище випливає, що прийняті нами гіпотези про розподіл коливальної швидкості на поверхні п'єзокерамічних кілець можна вважати справедливими і для всього перетворювача, а саме: радіальні коливальні швидкості внутрішньої та зовнішньої робочих поверхонь перетворювача не залежать від осьової та окружної координат і рівні між собою. Причому радіальні зміщення робочої поверхні перетворювача рівні радіальним зміщенням точок п'єзокерамічних кілець.

Конструктивно антенна решітка складається з активних елементів (робочих циліндричних поверхонь перетворювачів) та пасивних елементів кріплення (стійок та фланців тощо). Оскільки діаметр стійок набагато менший ніж довжина випромінюваної решіткою акустичної хвилі (поблизу основного резонансу перетворювачів відношення діаметра стійок до довжини хвилі становить приблизно 0.03), то їхнім впливом на акустичне поле решітки можна знехтувати. Що стосується фланців, то сьогодні у відомій нам літературі немає яких-небудь робіт присвячених кількісним оцінкам впливу таких конструктивних елементів на акустичні властивості відкритих циліндричних перетворювачів. Це пояснюється, насамперед, серйозними математичними труднощами під час постановки відповідної крайової задачі. Тому, враховуючи конструктивну жорсткість

фланців, у цьому дослідженні фланці моделюються акустично жорсткими циліндричними вставками між робочими циліндричними поверхнями перетворювачів. Прийmemo, що внутрішній і зовнішній діаметр цих вставок відповідно дорівнюють внутрішньому і зовнішньому діаметру робочої циліндричної поверхні перетворювачів, а висота дорівнює товщині фланця.

Поблизу основного резонансу циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів відношення товщини стінки їхньої робочої поверхні до довжини акустичної хвилі, що випромінюється решіткою, становить приблизно 0.05. Тому можна знехтувати товщиною стінок як робочих циліндричних поверхонь перетворювачів, так і акустично жорстких циліндричних вставок, що моделюють фланці, і прийняти, що радіус такої співвісної решітки дорівнює середньому радіусу робочої циліндричної поверхні перетворювачів. Схематично геометрія такої модельної антенної решітки показана на рис. 1, б

2. Розв'язання задачі випромінювання

Як було показано в попередньому розділі, реальну решітку з відкритих п'єзокерамічних циліндричних перетворювачів можна моделювати співвісним набором з активних і пасивних циліндричних елементів радіусом $a = D_2 + (D_1 - D_2)/4$ і відповідними висотами (див. рис. 1, б). Тут D_1 і D_2 — відповідно діаметри зовнішньої та внутрішньої циліндричних робочих поверхонь перетворювачів. Вважаємо, що між циліндричними елементами решітки щілин немає.

Нехай антенна решітка з 6 однакових активних циліндричних елементів занурена в ідеальну стисливу рідину з хвильовим опором $\rho_0 c_0$. Решітка в циліндричній системі координат (r, φ, z) описується співвідношеннями $r = a$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $|z| \leq H_\Sigma/2$ (рис. 1, б). Тут $H_\Sigma = 6h + 12d$. Товщиною стінок циліндричних елементів антенної решітки нехтуємо і вважаємо що гармонічні коливання активних циліндричних елементів з кутовою частотою ω є осесиметричні та радіальні. Водночас точки внутрішньої і зовнішньої стінок активних елементів, що лежать на одному радіусі, коливаються синфазно з однаковими радіальними швидкостями.

Акустичний потенціал $\Phi(r, z)$ (тут і далі множник $\exp(-i\omega t)$ пропускаємо) осесиметричного звукового поля антенної решітки повинен задовольняти рівняння Гельмгольца

$$\Delta\Phi + k^2\Phi = 0, \quad (1)$$

граничні умови

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{S_1} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{S_2} = \sum_{l=1}^6 V_l \left\{ H \left(\frac{z_0 - a_l}{a} \right) - H \left(\frac{z_0 - b_l}{a} \right) \right\},$$

$$|z_0| < H_\Sigma/2, \quad (2)$$

а також умову випромінювання на нескінченності та умову скінченності акустичної енергії в околі кінців антенної решітки. Для запису граничних умов (2) прийняті такі позначення: S_1 і S_2 – відповідно внутрішня та зовнішня поверхні антенної решітки; a_l , b_l – осеві координати кінців активних циліндричних елементів; символ $H(x)$ позначає одиничну функцію Гейвісайда [12].

Для розв'язання поставленої крайової задачі скористаємося методом часткових областей [13], поділяючи акустичне поле на дві підобласті: I – $r < a$, $|z| < \infty$ і II – $r > a$, $|z| < \infty$. Потенціали коливальної швидкості в підобластях I та II зобразимо у вигляді інтеграла Фур'є

$$\Phi_1(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) J_0(qr) \exp(i\alpha z) d\alpha, \quad (3)$$

$$\Phi_2(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\alpha) H_0^{(1)}(qr) \exp(i\alpha z) d\alpha. \quad (4)$$

Тут $q = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ для $k \geq |\alpha|$ і $q = i\sqrt{\alpha^2 - k^2}$ для $k < |\alpha|$; $k = \omega/c_0$ – хвильове число; J_0 і $H_0^{(1)}$ – відповідно функції Бесселя і Ганкеля першого роду порядку 0; $A(\alpha)$ і $B(\alpha)$ – невідомі щільності інтегралів Фур'є.

Зображення (3) і (4) дозволяють задовольнити рівняння Гельмгольца (1) в кожній із часткових підобластей та умову випромінювання на нескінченності. Для визначення невідомих щільностей $A(\alpha)$ і $B(\alpha)$ необхідно використовувати умови неперервності звукового поля на межі часткових підобластей ($r = a$, $|z| > H_\Sigma/2$) для тиску ($\Phi_1(a, z) = \Phi_2(a, z)$) і нормальної складової коливальної швидкості ($\partial \Phi_1 / \partial r = \partial \Phi_2 / \partial r$), а також граничну умову (2). Умова неперервності для швидкості з урахуванням рівності радіальних складових коливальних швидкостей на внутрішній та зовнішній стінках антенної решітки через властивості інтегралів Фур'є дає зв'язок між шуканими щільностями:

$$B(\alpha) = A(\alpha) J_0'(qa) / H_0^{(1)'}(qa). \quad (5)$$

Тут і далі штрих біля функції означає диференціювання за повним аргументом.

Враховуючи співвідношення (3) – (5), а також вроскіан для функцій $J_0(qa)$ і $H_0^{(1)}(qa)$ [12], умову неперервності для тиску на межі часткових підобластей запишемо так:

$$-\frac{2i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(\alpha) \frac{\exp(i\alpha z)}{qaH_0^{(1)'}(qa)} d\alpha = \begin{cases} 0, & |z| > H_\Sigma/2, \\ \Delta\Phi(z), & |z| \leq H_\Sigma/2. \end{cases} \quad (6)$$

Тут на відрізку $|z| \leq H_\Sigma/2$ визначена нова невідома функція $\Delta\Phi(z) = \Phi_2(a, z) - \Phi_1(a, z)$, яка по суті є стрибком потенціалу швидкості на зовнішній та внутрішній стінках антенної решітки. Очевидно, що ця функція внаслідок неперервності тиску на кінцях антенної решітки повинна задовольняти умови:

$$\Delta\Phi(-H_\Sigma/2) = \Delta\Phi(H_\Sigma/2) = 0. \quad (7)$$

Застосовуючи тепер до обох частин рівності (6) обернене перетворення Фур'є, дістанемо зв'язок між щільністю $A(\alpha)$ і функцією $\Delta\Phi(z)$:

$$A(\alpha) = \frac{iqaN_0^{(1)'}(qa)}{4} \int_{-H_\Sigma/2}^{H_\Sigma/2} \Delta\Phi(z) \exp(-i\alpha z) dz.$$

Останній вираз за допомогою формули інтегрування частинами та умов (7) можна переписати у вигляді:

$$A(\alpha) = \frac{qaH_0^{(1)'}(qa)}{4\alpha} \int_{-H_\Sigma/2}^{H_\Sigma/2} \Delta\Phi'(z) \exp(-i\alpha z) dz, \quad (8)$$

з умовою, що

$$\int_{-H_\Sigma/2}^{H_\Sigma/2} \Delta\Phi'(z) dz = 0, \quad (9)$$

яка безпосередньо випливає із (7).

Шукану функцію $\Delta\Phi(z)$ знайдемо, задовольняючи граничні умови задачі. Користуючись зображеннями (3) і (8), граничну умову (2) на внутрішній стінці антенної решітки можна записати так:

$$\int_{-H_{\Sigma}/2}^{H_{\Sigma}/2} \Delta\Phi'(z)K(z_0, z) dz = \sum_{l=1}^6 V_l \left\{ H\left(\frac{z_0 - a_l}{a}\right) - H\left(\frac{z_0 - b_l}{a}\right) \right\},$$

$$|z_0| < H_{\Sigma}/2, \quad (10)$$

де

$$K(z_0, z) = -\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q^2 a}{\alpha} J_0'(qa) H_0^{(1)'}(qa) \exp\{i\alpha(z_0 - z)\} d\alpha; \quad (11)$$

Враховуючи асимптотику

$$\frac{q^2 a}{\alpha} J_0'(qa) H_0^{(1)'}(qa) = \frac{i \operatorname{sign}(\alpha)}{\pi} + O\left(\frac{1}{\alpha^2}\right) \quad \text{для } |\alpha| \gg 1$$

і значення такого нерегулярного інтеграла у просторі узагальнених функцій [14]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sign}(\alpha) \exp\{i\alpha(z_0 - z)\} dz = \frac{2i}{z_0 - z},$$

виділимо регулярну та нерегулярну частини в ядрі (11) і запишемо рівняння (10) у такому вигляді:

$$\frac{1}{2\pi} P.V. \int_{-H_{\Sigma}/2}^{H_{\Sigma}/2} \frac{\Delta\Phi'(z)}{z_0 - z} dz + \int_{-H_{\Sigma}/2}^{H_{\Sigma}/2} \Delta\Phi'(z) K_{reg}(z_0, z) dz =$$

$$= \sum_{l=1}^6 V_l \left\{ H\left(\frac{z_0 - a_l}{a}\right) - H\left(\frac{z_0 - b_l}{a}\right) \right\}, \quad |z_0| < H_{\Sigma}/2, \quad (12)$$

де регулярне ядро має вигляд

$$K_{reg}(z_0, z) = -\frac{i}{2} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{q^2 a}{\alpha} J_0'(qa) H_0^{(1)'}(qa) - \frac{i}{\pi} \right\} \sin \alpha(z_0 - z) d\alpha.$$

Запис $P.V.$ у рівнянні (12) означає, що інтеграл розуміється у сенсі головного значення за Коші [15].

Отже, вихідна крайова задача зведено до розв'язання сингулярного інтегрального рівняння першого роду щодо невідомої функції $\Delta\Phi'(z)$.

Щоб задовольнити умову скінченності енергії в околі кінців антенної решітки, розв'язок рівняння (12) треба шукати в класі функцій [13]:

$$\Delta\Phi'(z) = V_0 a \gamma(z) / \sqrt{(H_\Sigma/2)^2 - z^2}, \quad (13)$$

де безрозмірна функція $\gamma(z)$ задовольняє умову Гельдера [15] на відрізку $-H_\Sigma/2 \leq z \leq H_\Sigma/2$; V_0 – розмірний множник. Відповідно до загальної теорії сингулярних інтегральних рівнянь [15] такий розв'язок має індекс одиницю та для його єдиного виділення необхідно мати ще одну додаткову умову для функції $\Delta\Phi'(z)$. У нашому разі, як таку додаткову умову, можна взяти (9). Тому у кінцевому підсумку необхідно розв'язати інтегральне сингулярне рівняння (12) щодо невідомої функції $\Delta\Phi'(z)$ з додатковою умовою (9).

Отже, у рамках прийнятих припущень, побудовано строгий розв'язок задачі про випромінювання звуку антенною решіткою із циліндричних активних і пасивних елементів. Розв'язок аналітично задовольняє рівняння Гельмгольца, умову випромінювання на нескінченності, умову скінченності енергії в околі кінців антенної решітки, а також умови спряження звукового поля на межі часткових областей. Розв'язок також задовольняє і граничні умови на поверхні антенної решітки, але реалізацію цього можна забезпечити з необхідною точністю тільки числовими методами.

3. Рівняння електромеханічного перетворення циліндричного випромінювача в акустичному середовищі

Для аналізу та розрахунку параметрів циліндричного п'єзокерамічного перетворювача, який взагалі є системою з розподіленими параметрами, замінимо його еквівалентним в енергетичному сенсі простим осцилятором [16]. Такий підхід, завдяки припущенням що прийняті вище, дозволяє дуже зручно оцінити ефективність електромеханічного перетворення циліндричного п'єзокерамічного перетворювача.

Для знаходження еквівалентних значень розподілених параметрів перетворювача (у разі його радіальних коливань, які не залежать від осьових), скористаємося методом енергетичних еквівалентів. Енергетичний стан механічної сторони перетворювача насамперед визначає функція розподілу коливань у його об'ємі. Як було зазначено вище, можна вважати, що всі точки об'єму циліндричного перетворювача коливаються

з радіальними однаковими швидкостями. Прирівнюючи в цьому разі вирази для кінетичних енергій циліндричного перетворювача і простого осцилятора масою m_{eq} , що коливається зі швидкістю рівною радіальній швидкості перетворювача, знаходимо потрібну величину

$$m_{eq} = m, \quad (14)$$

де m — маса циліндричного перетворювача без фланців, стійок та акустичних розв'язок.

Еквівалентна гнучкість C_{eq} циліндричного п'єзокерамічного перетворювача в нашому разі визначається не тільки потенційною енергією деформації його активних елементів (п'єзокерамічних кілець), але й такими пасивними елементами його конструкції як армування, кріплення, герметизація та ін. [11]. Обчислення потенційної енергії такого перетворювача з урахуванням усіх елементів його конструкції є дуже складною задачею. Тому еквівалентну гнучкість циліндричного перетворювача визначимо, використовуючи значення резонансної частоти у вакуумі. Цю частоту можна встановити з експериментальної частотної характеристики перетворювача у вакуумі. Нехай резонансна частота перетворювача у вакуумі дорівнює f_0 і збігається з частотою еквівалентного простого осцилятора, тоді

$$C_{eq} = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 m_{eq}} = \frac{1}{\omega_0^2 m_{eq}}, \quad (15)$$

де ω_0 — кутова частота.

З експериментальної частотної характеристики перетворювача у вакуумі можна визначити добротність механічних коливань Q_m . Тоді значення опору механічних втрат зручно оцінювати за такою формулою:

$$R_m = \frac{\omega_0 m_{eq}}{Q_m}. \quad (16)$$

Використовуючи (14)–(16), запишемо тепер рівняння руху простого осцилятора, яке еквівалентне в енергетичному сенсі вимушеним радіальним коливанням l -го циліндричного перетворювача в антенній решітці. З урахуванням сил, що діють на циліндричний перетворювач в акустичному середовищі під час його роботи у складі антенної решітки, це рівняння можна записати в такому вигляді [17]:

$$m_{eq} \frac{d^2 \tilde{u}_l}{dt^2} + R_m \frac{d\tilde{u}_l}{dt} + \frac{1}{C_{eq}} \tilde{u}_l = N_{tr} \tilde{U}_l - \Delta \tilde{F}_l, \quad (17)$$

де N_{tr} — коефіцієнт електромеханічної трансформації перетворювача (відношення сили, що збуджує механічні коливання до електричної напруги);

\tilde{U}_l – електрична напруга, що підводиться до електродів l -го перетворювача; $\Delta\tilde{F}_l$ – різниця сил, що діють на зовнішню і внутрішню циліндричні поверхні l -го перетворювача з боку акустичного поля; \tilde{u}_l – радіальні зміщення точок серединної поверхні l -го перетворювача.

Нехай до електродів перетворювачів підведено гармонійну електричну напругу $\tilde{U}_l = U_l \exp(-i\omega t)$. Тоді рівняння (17) неважко звести до вигляду:

$$V_l Z_m + \Delta F_l = N_{tr} U_l, \quad (18)$$

де $V_l = -i\omega u_l$, $Z_m = R_m - i\omega m_{eq} + \frac{1}{-i\omega C_{eq}}$. Тут V_l , u_l , ΔF_l – амплітуди відповідних величин зі знаком тильда в рівнянні (17); Z_m – механічний імпеданс аналізованих циліндричних перетворювачів.

4. Постановка та розв’язання «наскрізної» задачі для антенної решітки з циліндричних п’єзокерамічних перетворювачів

Нехай на електроди всіх перетворювачів, що утворюють антенну решітку, подається однакова електрична напруга $U_0 \exp(-i\omega t)$. Використовуючи рівняння (9), (12) та (18), математичне формулювання «наскрізної» задачі для такого варіанту антенної решітки має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi} V.P. \int_{-H_\Sigma/2}^{H_\Sigma/2} \frac{\Delta\Phi'(z)}{z_0 - z} dz + \int_{-H/2}^{H/2} \Delta\Phi'(z) K_{reg}(z_0, z) dz = \\ = \sum_{l=1}^6 V_l \left\{ H \left(\frac{z_0 - a_l}{a} \right) - H \left(\frac{z_0 - b_l}{a} \right) \right\}, \quad |z_0| < H_\Sigma/2, \\ \int_{-H_\Sigma/2}^{H_\Sigma/2} \Delta\Phi'(z) dz = 0, \\ V_l Z_m + \Delta F_l = N_{tr} U_0, \quad l = 1, 2, \dots, 6. \end{array} \right. \quad (19)$$

Функція $\Delta\Phi'(z)$ і радіальні коливальні швидкості циліндричних перетворювачів є шуканими величинами системи функціональних рівнянь (19).

Опишемо тепер числовий метод знаходження розв’язку системи (19). Особливістю запропонованого підходу і те, що функції $\Delta\Phi'(z)$ зображається як (13), що дозволяє не тільки виділити єдиний фізично правильний розв’язок, але й побудувати ефективний числовий алгоритм розв’язання

системи (19). Для інших підходів розв'язання таких задач [13] це досягається шляхом поліпшення збіжності в околі кутових точок геометрії задачі відповідних повільно збіжних рядів або невластних інтегралів.

Для дискретизація інтегральних рівнянь у системі (19) замінимо інтеграли в цих рівняннях квадратурними формулами інтерполяційного типу для функцій із порядком особливості $1/2$ на кінцях інтервалу інтегрування. Сингулярний інтеграл замінимо квадратурною формулою [18] з ваговими коефіцієнтами π/N , внутрішніми $z_j = (H_\Sigma/2)\tau_j$ і зовнішніми $z_{0p} = (H_\Sigma/2)\tau_{0p}$ вузлами, де $\tau_j = \cos\{\pi(2j-1)/2N\}$ ($j=1, 2, \dots, N$) і $\tau_{0p} = \cos\{\pi p/N\}$ ($p=1, 2, \dots, N-1$) – відповідно корені поліномів Чебишева першого і другого роду степені N . Регулярні інтеграли замінимо N -точковою квадратурною формулою типу Гауса [12] з ваговими коефіцієнтами π/N та вузлами z_j , які визначені вище.

Силу реакції середовища на коливання l -го циліндричного перетворювача в антенній решітці можна знайти через стрибок потенціалу швидкості на його стінках:

$$\Delta F_l = \int_0^{2\pi} \int_{a_l}^{b_l} \Delta p(z) dz d\varphi = -2\pi a \rho_0 \omega i \int_{a_l}^{b_l} \Delta \Phi(z) dz.$$

Використовуючи (7), (13) та інтерполяційний многочлен за поліномами Чебишева першого роду [19] для функції $\gamma(z)$ відносно її значень у вузлах z_j , маємо

$$\Delta F_l = -\rho_0 c_0 S V_0 \frac{i k a H_\Sigma}{2 N_0 h} \sum_{j=1}^N \gamma_j \sum_{n=1}^{N-1} \frac{T_n(\tau_j)}{n} \{g_n(b_l) - g_n(a_l)\},$$

$$\text{де } g_n(z) = \begin{cases} \frac{\sin[2 \arccos(2z/H_\Sigma)]}{2} - \arccos(2z/H_\Sigma), & n = 1, \\ \frac{\sin[(n+1) \arccos(2z/H_\Sigma)]}{n+1} - \frac{\sin[(n-1) \arccos(2z/H_\Sigma)]}{n-1}, & n > 1; \end{cases}$$

$\gamma_j = \gamma(z_j)$; $S = 2\pi a h$ – площа бічної поверхні циліндричного перетворювача, обчислена по серединному радіусу.

Тепер можемо записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що

апроксимує систему функціональних рівнянь (19):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{N} \sum_{j=1}^N \gamma_j \left\{ \frac{1}{2\pi(\bar{z}_{0p} - \bar{z}_j)} + K_{pj} \right\} = \\ = \sum_{l=1}^6 \bar{V}_l \left\{ H\left(\bar{z}_{0p} - \frac{a_l}{a}\right) - H\left(\bar{z}_{0p} - \frac{b_l}{a}\right) \right\}, \quad p = 1, 2, \dots, N-1, \\ \sum_{j=1}^N \gamma_j = 0, \\ \bar{V}_l \bar{Z}_m - \frac{ikaH_\Sigma}{2Nh} \sum_{j=1}^N \gamma_j \sum_{n=1}^{N-1} \frac{T_n(\tau_j)}{n} \left\{ g_n(b_l) - g_n(a_l) \right\} = 1, \quad l = 1, 2, \dots, 6. \end{array} \right. \quad (20)$$

Тут прийняті такі позначення $\bar{z}_j = z_j/a$, $\bar{z}_{0p} = z_{0p}/a$, $K_{pj} = aK_{reg}(\bar{z}_{0p}, \bar{z}_j)$, $\bar{V}_l = V_l/V_0$, $\bar{Z}_m = Z_m/\rho_0 c_0 S$, $\bar{V}_l = V_l/V_0$, $V_0 = N_{lr} U_0/\rho_0 c_0 S$.

Отже, система лінійних алгебраїчних рівнянь (20) відносно невідомих γ_j ($j=1, 2, \dots, N$) і \bar{V}_l ($l=1, 2, \dots, 6$) є вихідною для кількісних даних, коли на електроди всіх циліндричних перетворювачів антенної решітки подається однакова електрична напруга.

Нехай на електроди циліндричних перетворювачів, що утворюють антенну решітку, подається різна електрична напруга $U_l \exp(-i\omega t)$ ($l=1, 2, \dots, 6$) для вирівнювання радіальних коливальних швидкостей перетворювачів. Таким способом можна підвищити енергетичну ефективність антенної решітки і, водночас, не допустити перевищення гранично допустимого значення коливальних швидкостей перетворювачів.

Постановка в цьому разі «наскрізної» задачі на перший погляд не має принципових труднощів. Для цього достатньо систему функціональних рівнянь (19) дещо видозмінити, а саме: раніше невідомі V_1, V_2, \dots, V_6 замінити на відомі рівні між собою величини, а замість них шуканими вважати U_1, U_2, \dots, U_6 . Однак треба підкреслити, що знайдені так електричні напруги можуть мати підвищені значення та певні частотні залежності, які не завжди можна реалізувати генератором електричної напруги. Тому нижче ми запропонуємо інший спосіб вирівнювання коливальних швидкостей циліндричних перетворювачів в антенній решітці, який дозволить дістати більш гладкі частотні залежності електричної напруги.

Нехай для вирівнювання коливальних швидкостей всіх перетворю-

вачів в антенній решітці на електроди одного з них (наприклад центрального $l = 3$) подається відома електрична напруга $U_0 \exp(-i\omega t)$ з амплітудою, яка не залежить від частоти, а на електроди інших перетворювачів ($l = 1, 2, 4, 5, 6$) подається невідома електрична напруга $U_l \exp(-i\omega t)$, де U_l є функція частоти. У цьому разі систему функціональних рівнянь (19) треба доповнити такими рівняннями:

$$V_l = V_3, \quad l = 1, 2, 4, 5, 6,$$

$$U_3 = U_0.$$

Тепер шуканими є функція $\Delta\Phi'(z)$, електричні напруги U_l , ($l = 1, 2, 4, 5, 6$) і коливальні швидкості перетворювачів V_l , які як бачимо з постановки «наскрізної» задачі однакові у всіх перетворювачів. Алгебризацію такої системи функціональних рівнянь можна зробити так само як (19).

5. Аналіз числових даних для основних характеристик антенної решітки

Для конкретних розрахунків шестиелементної антенної решітки із ідентичних перетворювачів були використані такі геометричні та фізичні параметри останніх: висота робочої поверхні $h = 0.216$ м, зовнішній діаметр $D_1 = 0.690$ м, внутрішній діаметр $D_2 = 0.590$ м, маса $m = 106$ кг, частота основного резонансу в вакуумі $f_0 = 1.57$ кГц, добротність в вакуумі $Q = 30$, коефіцієнт електромеханічної трансформації $N_{tr} = 72$ Н/В, товщина фланця $d = 0.028$ м. Антенна решітка занурена в акустичне середовище з хвильовим опором $\rho_0 c_0 = 1.5 \cdot 10^6$ кг/(м·с). Розглядалися два варіанти антенних решіток: варіант 1, коли на електроди усіх перетворювачів подається однакова електрична напруга і варіант 2, коли на електроди перетворювачів подається різна електрична напруга для вирівнювання коливальної швидкості останніх.

Під час розв'язання «наскрізних» задач аналізувалися як локальні, так й інтегральні похибки виконання граничної умови на поверхні антенної решітки. Аналіз числових результатів показує, що при $10 \leq N \leq 16$ відносна локальна похибка виконання граничної умови в робочому діапазоні частот антенної решітки не перевищувала 3%. Під час перевірки закону збереження енергії, обчислені в близькому та далекому полі значення повної потужності випромінювання антенної решітки відрізнялися лише в четвертому знаку.

Отже, розв'язки поставлених «наскрізних» задач можна використовувати для аналізу основних характеристик антенних решіток, що розглядаються.

Нехай на електродах всіх циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів подається однакова електрична напруга $U_0 \exp(-i\omega t)$, амплітуда якої не залежить від частоти. Як було зазначено раніше, акустичні характеристики перетворювачів для такого варіанту решітки можуть істотно відрізнитися один від одного. Маючи це на увазі, звернемося до рис. 2, *a*, на якому показані частотні залежності для коливальних швидкостей та випромінюваних потужностей окремих перетворювачів. Тут і далі характеристики, числові значення яких залежать від електричної напруги на електродах перетворювачів нормовані відносно величини U_0 .

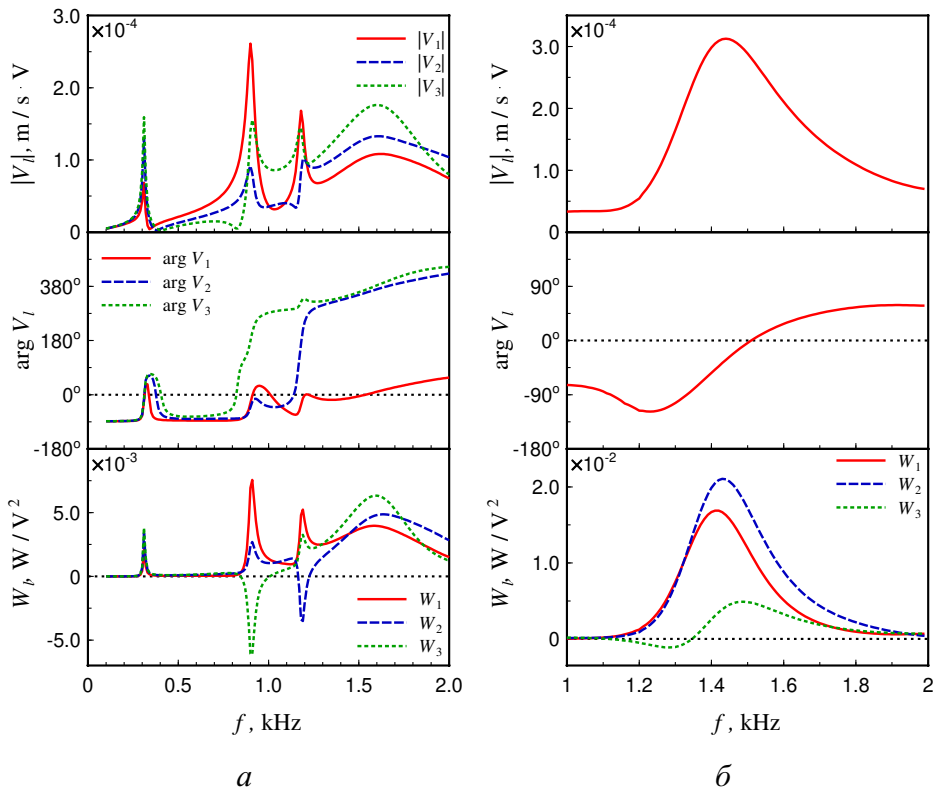


Рис. 2. Частотні залежності коливальної швидкості та потужності випромінювання перетворювачів в антенній решітці для варіанта 1 (*a*) і варіанта 2 (*б*)

Завдяки симетрії задачі відносно площини $z=0$, на цьому рисунку і нижче наведені дані лише для перших трьох перетворювачів, а саме, для крайнього, проміжного та центрального. Як бачимо, на низьких частотах $f < 0.22$ кГц коливальні швидкості перетворювачів та їхні випромінювані потужності досить швидко падають зі зниженням частоти і, що найголов-

ніше, ці параметри стають однаковими у всіх перетворювачів. Цей факт не є несподіваним і пов'язаний з тим, що зі зниженням частоти швидко зростає власний механічний імпеданс перетворювачів, тоді як їхній імпеданс випромінювання падає. Тому роль взаємодії перетворювачів через поле в цьому разі незначна та їхні коливальні швидкості повністю визначаються власними механічними імпедансами.

Зі збільшенням частоти суттєву роль починає відігравати акустична взаємодія перетворювачів. Як бачимо, на частотах $f_1 \approx 0.3$ кГц, і $f_0 \approx 1.6$ кГц частотні залежності для $|V_l|$ та W_l мають резонансні максимуми. Водночас значення модуля коливальної швидкості та потужності випромінювання перетворювачів внаслідок їхньої акустичної взаємодії можуть суттєво відрізнятись. Поблизу цих частот перетворювачі коливаються практично синфазно та фази їхніх коливальних швидкостей близькі до нульових значень або до кратних значень 2π . Резонанс на частоті f_1 зумовлений резонансними коливаннями внутрішнього об'єму рідини, а резонанс на частоті f_0 — резонансними коливаннями самих перетворювачів.

Акустична взаємодія перетворювачів поблизу частот $f_2 \approx 0.9$ кГц і $f_3 \approx 1.2$ кГц є причиною протифазного руху робочих поверхонь циліндричних перетворювачів в антенній решітці. Так поблизу частоти f_2 центральні перетворювачі коливаються у протифазі з крайніми та проміжними. Водночас центральні перетворювачі інтенсивно поглинають енергію з поля (див. залежності для W_l на рис. 2, а). Поблизу частоти f_3 центральні перетворювачі коливаються вже у фазі з крайніми, але у протифазі з проміжними, які поглинають енергію із поля.

Отже, справді, у разі однакової підведеної електричної напруги до перетворювачів в антенній решітці їхні акустичні характеристики можуть суттєво відрізнятись як якісно, так і кількісно. Зазначимо, що поблизу основної резонансної частоти розглянутої антенної решітки $f_0 = 1.6$ кГц перетворювачі коливаються з різними швидкостями, причому амплітуда коливальної швидкості центральних перетворювачів приблизно на 50% вище ніж у крайніх.

Для вирівнювання коливальних швидкостей перетворювачів, на їхні електроди, згідно із способом описаним у розділі 4, потрібно подавати електричні напруги з частотними залежностями модуля та фази, що показані на рис. 3. Опорними тут вибрані центральні перетворювачі. У цьому разі перетворювачі на фіксованій частоті будуть коливатися з однаковою швидкістю. Частотні залежності модуля та фази такої швидкості показані на рис. 2, б. Зазначимо, що і за таких умов центральні перетво-

рйовачі також можуть поглинати енергію з поля (див. залежності для W_I на рис. 2, б). Причиною поглинання енергії у цьому разі є не акустична взаємодія перетворювачів, а протифазні ділянки антенної решітки для тиску, які утворюються внаслідок великого хвильового розміру антенної решітки в аналізованому діапазоні частот ($H_\Sigma/\lambda \sim 2$).

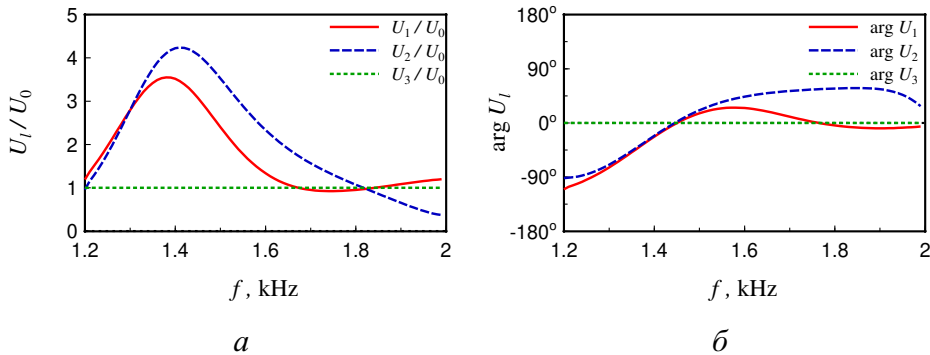


Рис. 3. Частотні залежності модуля (а) і фази (б) електричної напруги на електродах перетворювачів, коли вирівнюються їхні коливальні швидкості

Електричні характеристики як циліндричних п'єзокерамічних перетворювачів окремо, так і антенної решітки в цілому можна оцінити за допомогою еквівалентної електромеханічної схеми [10]. Перерахуємо опір механічної сторони перетворювача на його електричну сторону. У результаті дістанемо паралельне з'єднання елементарних двополюсників з такими комплексними опорами: опором електричної сторони перетворювача та зведеним до електричної сторони опором механічної сторони перетворювача.

Оскільки ми маємо справу зі складною реальною конструкцією антенної решітки із циліндричних перетворювачів, то для достовірної оцінки її електричних характеристик необхідно врахувати електричні втрати. Відомо, що електричні втрати такої конструкції визначаються не лише властивостями п'єзокераміки, але й властивостями електроізоляційних матеріалів, електромонтажу та ін. Таких даних у нас не було. Тому під час розрахунків електричних характеристик антенної решітки використано експериментальне значення тангенсу діелектричних втрат для циліндричного перетворювача ($\text{tg } \delta \approx 0.09$), яке знайдено для аналогічних конструкцій перетворювачів. Для обчислення електричного опору перетворювача було використано також значення його ємності 2.4 мкФ.

На рис. 4, а наведено частотні залежності активної та реактивної

(для паралельної заступної схеми) складових вхідного електричного імпедансу антенної решітки для однакових електричних напруг, а на рис. 4, б і рис. 4, в такі ж залежності для окремих перетворювачів, коли вирівнюються їхні коливальні швидкості.

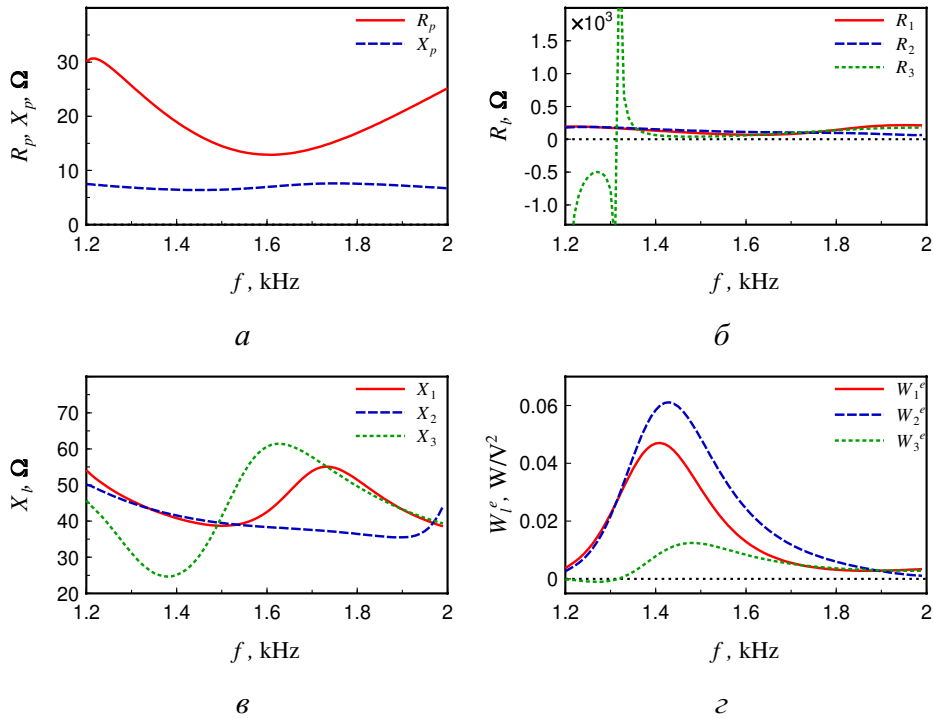


Рис. 4. Частотні залежності активної і реактивної складових вхідного електричного імпедансу антенної решітки для варіанта 1 (а) і відповідно окремих перетворювачів (б, в) разом зі спожитою електричною потужністю (г) для варіанта 2

Для першого варіанту збудження антени частотні залежності величин R і X загалом правильно відображають резонансні властивості антенної решітки в діапазоні, що розглядається. У разі вирівнювання коливальних швидкостей перетворювачів їхня взаємодія на акустичному боці «переноситься» на електричний бік, що й показують досить складні частотні залежності для активної та реактивної складових вхідного електричного імпедансу окремих перетворювачів, а також частотні залежності споживаної електричної потужності кожним перетворювачем окремо від свого електричного генератора напруг (див. рис. 4, г).

Розглянемо тепер інтегральні характеристики антенної решітки для двох варіантів її збудження. Частотні залежності для чутливості в режимі

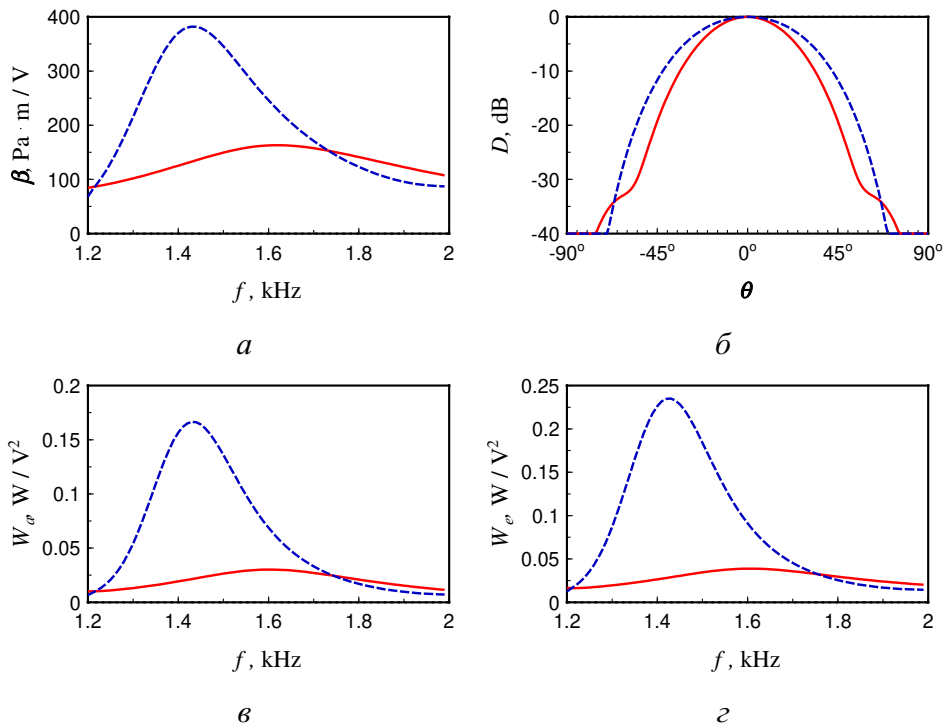


Рис. 5. Інтегральні характеристики антенної решітки: чутливість в режимі випромінювання (а), діаграма спрямованості на частоті основного резонансу (б), повна випромінювана акустична потужність (в) і повна споживана електрична потужність. Суцільні криві залежності для варіанта 1 і штрихові — для варіанта 2

випромінювання показані на рис. 5, а. Тут чутливість у режимі випромінювання β визначена як відношення амплітуди тиску в далекому полі антенної решітки в площині $z=0$ до електричної напруги, що підводиться U_0 . Значення величини β зведені до відстані 1 м. Бачимо що у першому випадку максимальні значення величини β є на частоті $f_0 \approx 1.61$, а в другому — на частоті $f_0 \approx 1.43$.

Діаграми спрямованості антенної решітки з циліндричних перетворювачів на частоті основного резонансу у вертикальній площині зображені на рис. 5, б. Дані на цьому малюнку показують, що вирівнювання коливальних швидкостей перетворювачів покращує спрямовані властивості антенної решітки. Істотно знижується рівень бічних пелюсток, а ширина основної пелюстки збільшується і вся випромінювана енергія переважно концентрується поблизу площини симетрії антенної решітки. У горизонтальній площині антенна решітка з циліндричних перетворю-

вачів конструктивно є неспрямованою.

Частотні залежності повної випромінюваної акустичної та повної споживаної електричної потужностей для двох розглянутих вище варіантів антенної решітки показано відповідно на рис. 5, *в* і *г*. Порівнюючи розрахункові значення випромінюваної акустичної та споживаної електричної потужностей можна оцінити ККД розглянутих варіантів решіток. В обох випадках ККД антенної решітки в аналізованому діапазоні частот ≈ 0.75 .

6. Висновки

Розглянуто строгий метод розв'язання «наскрізної» електроакустичної задачі про випромінювання звуку скінченною решіткою із водозаповнених циліндричних перетворювачів із фланцями. Використовуючи апріорну інформацію про особливості звукового поля в околі кінців решітки, побудовано ефективний метод для кількісної оцінки основних параметрів антенної решітки.

«Наскрізна» задача розв'язана для двох варіантів шестиелементної решітки. У першому варіанті на електроди перетворювачів подається однакова електрична напруга. Показано, що для такої решітки характерна сильна акустична взаємодія перетворювачів в резонансній зоні частот і їхні акустомеханічні характеристики тут можуть сильно відрізнятися один від одного. Зокрема перетворювачі можуть коливатися в протифазі, а деякі навіть поглинати акустичну енергію із поля.

У другому варіанті для вирівнювання коливальних швидкостей перетворювачів в антенній решітці на їхні електроди подається різна електрична напруга, яку можна дістати після розв'язання відповідної «наскрізної» задачі. Акустичні характеристики такої решітки поліпшуються, але взаємодія перетворювачів переноситься на електричну сторону антенної решітки.

Література

1. McMahon G. W. Performance of open ferroelectric ceramic cylinders in underwater transducers / G. W. McMahon // J. Acoust. Soc. Amer. – 1964. – V. 36, Issue 3. – P. 528-533.
2. Карновский М.И. Линейная теория акустических резонаторов / М.И. Карновский // ЖТФ. – 1943. – Т. 13, Вып. 11–12. – С. 667-683.
3. Audoly C. Some aspect of acoustic interaction in sonar transducer arrays / C. Audoly // J. Acoust. Soc. Amer. – 1991. – V. 89, Issue 3. – P. 1428-1433.

4. Rusby J.S. Investigation of a mutual radiation impedance anomaly between sound projectors mounted in an array / J. S. Rusby // *Acustica*. – 1964. – V. 14, N 3. – P. 127-137.
5. Sherman C. H. Analysis of Acoustic intereaction in transducen arrays / C. H. Sherman // *IEEE Trans. on sonics and ultrasonics*. – 1966. – V. su-13, N 1. – P. 9-15.
6. Вовк И. В. Излучение звука конечной решеткой, состоящей из открытых цилиндрических пьезокерамических оболочек / И. В. Вовк // *Акуст. журн.* – 1992. – Т. 38, Вып. 3. – С. 427-434.
7. Вовк И. В., Гринченко В. Т. Излучение звука конечным набором соосных пьезокерамических оболочек / И. В. Вовк, В. Т. Гринченко // *Акуст. журн.* – 1991. – Т. 37, Вып. 2. – С. 259-269.
8. Butler J. L. Transducers and arrays for underwater sound / John L. Butler, Charles H. Sherman – Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2016. – 716 p.
9. Басовский В. Г. Излучение звука конечной решеткой из открытых пьезокерамических колец / В. Г. Басовский // *Акуст. вісник*. – 1998. – Т. 1, № 2. – С. 3-20.
10. Евтюхов А. П. Справочник по гидроакустике / А. П. Евтюхов, А. Е. Колесников, Е. А. Коренин и др. – Ленинград: Судостроение, 1988. – 552 с.
11. Подводные электроакустические преобразователи: Справочник / Под ред. В. В. Богородского. – Ленинград: Судостроение, 1983. – 248 с.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под. ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – Москва: Наука, 1979. – 832 с.
13. Гринченко В. Т. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках / В. Т. Гринченко, И. В. Вовк – Киев: Наукова думка, 1986. – 240 с.
14. Брычков Ю. А. Интегральные преобразования обобщенных функций / Ю. А. Брычков, А. П. Прудников – Москва: Наука, 1977. – 288 с.
15. Гахов Ф. Д. Краевые задачи / Ф. Д. Гахов – Москва: Наука, 1977. – 640 с.
16. Свердлин Г. М. Прикладная гидроакустика / Г. М. Свердлин – Ленинград: Судостроение, 1990. – 320 с.
17. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик – Москва: Мир, 1971. – 558 с.
18. Белоцерковский С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости и электродинамике / С. М. Белоцерковский, И. К. Лифанов – Москва: Наука, 1985. – 256 с.

19. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева / С. Пашковский – Москва: Наука, 1983. – 384 с.
20. Басовский В.Г. Излучение звука жесткой открытой оболочкой конечной длины, совершающей произвольные радиальные колебания / В.Г. Басовский, И. В. Вовк // Акуст. журн. – 1997. – Т. 43, Вып. 5. – С. 586-593.

Стаття надійшла до редакційної колегії 9.11.2023 р.

ON THE FEATURES OF THE WORK OF A FINITE ACOUSTIC ANTENNA FORMED BY FREE-FLOODING CYLINDRICAL TRANSDUCERS

V.G. Basovsky

Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine;

03057, Kyiv, Marii Kapnist st. 8/4, Ukraine;

e-mail: basovsky@ukr.net

The problem of sound radiation by a finite antenna array formed by free-flooding cylindrical transducers with flanges is considered. Two variants for the antenna array are considered: the same electrical voltage is supplied to the electrodes of all transducers and a different voltage is applied to them in order to equalize the oscillatory speeds of the transducers. Numerical data for the basic electrical, mechanical and acoustic characteristics of the antenna array are analyzed, taking into account the acoustic interaction of the transducers.

Key words: *transducer, antenna array, acoustic interaction.*