

Буріння свердловин

УДК 622.24.053

DOI: 10.31471/2304-7399-2023-18(68)-120-127

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ З ПРУЖНОЮ МУФТОЮ В КОМПОНУВАННІ

В. М. Мойсишин¹, В. І. Векерик¹, С. М. Ландар²

¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380(342)71-72-31; e-mail: math@nung.edu.ua;

²«Укрнафгазсервіс»; 36011, Україна, м. Полтава, вул. Шевченка, 3;
тел. +38 (0532) 61 26 42; e-mail: s.landar@ungs-drilling.com.ua

Запропоновано узагальнену математичну модель крутильних коливань бурильної колони, до компонування якої входять опорно-центрувальні елементи, пружна муфта і гвинтовий вибійний двигун. За переносний рух бурильної колони взято усталений оберतालний рух із заданою кутовою швидкістю, а за відносний – коливання, збурені долотом. Модель дозволяє визначити відносні і переносні складники кута повороту, крутного моменту і дотичного напруження в поперечних перерізах колони.

Ключові слова: бурильна колона, пружна муфта, крутильні коливання, кут повороту, крутний момент, дотичне напруження.

Вступ

Підвищення техніко-економічних показників бурових робіт тісно пов'язане з детальним вивченням кінетики бурильної колони та подальшим створенням теоретичних засад і технічних засобів управління її роботою. Однією з основних причин руйнування озброєння породоруйнівного інструменту є динамічні навантаження, що діють різці при обертанні долота у процесі буріння свердловини. Відомим методом зменшення динамічних складників осьової сили і крутного моменту є встановлення в бурильній колоні віброзахисних пристроїв (амортизаторів, вібропоглиначів, пружних муфт) [1, 2].

У порівнянні з подовжніми крутильним коливанням бурильної колони в технічній літературі приділено менше уваги, хоча їхній вплив на динаміку бурильного інструменту загалом, і долота ріжучого типу

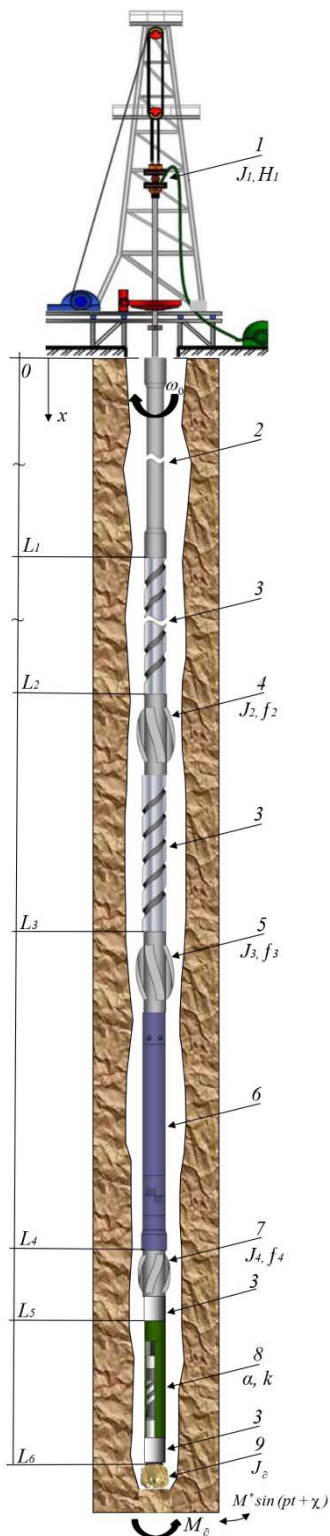


Рис. 1. Розрахункова схема

зокрема, є досить вагомим. Визначення динамічних складників кутових зміщень, крутих моментів і дотичних напружень, які діють на елементи компонування бурильної колони, дозволить більш обґрунтовано проводити оцінку процесу поглиблення свердловини за різних значень параметрів режиму буріння.

Метою роботи є розробка узагальненої математичної моделі крутильних коливань бурильної колони, до складу якої входять опорно-центрувальні елементи, пружна муфта, гвинтовий вибійний двигун і долото ріжучого типу.

Характерною особливістю моделей є врахування оберտального руху бурильної колони з кутовою швидкістю ω_0 і початковою кута закручування труб ϕ^0 силами опору (аналог статки при поздовжніх коливаннях).

Формулювання задачі та її розв’язання

Розглянемо розрахункову схему типового компонування колони труб для буріння вертикальної свердловини з гідравлічним вибійним двигуном, наведену на рис. 1.

Вона включає обертальні елементи ротора 1 зі зведеним моментом інерції J_1 та зведеним коефіцієнтом сил опору H_1 , секції бурильних 2 і обважених бурильних 3 труб, калібратори лопатеві спіральні 4,5 і центратор 7, представлені відповідно полярними моментами інерції J_2, J_3, J_4 та коефіцієнтами в’язкого тертя f_2, f_3, f_4 , гвинтовий вибійний двигун (ГВД) 6, пружну муфту 8, репрезентовану кутовими жорсткістю k і демпфуванням α , і долото ріжучого типу 9 з полярним моментом інерції J_5 , на яке діє момент опору M_0 з боку розбурюваних порід і крутий момент $M^* \sin(pt + \chi)$, що моделює збурення з амплітудою M^* , частотою p і зсувом фаз χ .

У результаті додавання моментів, що діють на нескінченно малий елемент труби k -тої секції, диференціальні рівняння руху подаємо у вигляді

$$j_k G_k \frac{\partial^2 \varphi_k(x, t)}{\partial x^2} - h_k \frac{\partial \varphi_k(x, t)}{\partial t} = j_k q_k \frac{\partial^2 \varphi_k(x, t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$k = \overline{1, 6}; L_{k-1} \leq x \leq L_k, L_0 = 0; t \geq 0;$$

де j_k , G_k , h_k , q_k – відповідно полярний момент інерції поперечного перерізу, модуль зсуву, коефіцієнт в'язкого тертя, густина матеріалу, з якого виготовлено труби k -ї секції, $\varphi_k(x, t)$ – кут повороту x -перерізу k -ї секції в момент часу t .

Переносний рух

Взявши рівномірний усталений обертальний рух бурильної колони з кутовою швидкістю ω_0 за переносний, кут повороту $\varphi_k^e(x, t)$ подамо сумою доданків

$$\varphi_k^e(x, t) = \omega_0 t + \varphi_k^0(x). \quad (2)$$

Наявність другого доданка засвідчує закручування колони силами опору на кут $\varphi_k^0(x)$. Цей початковий кут визначатимемо з рівняння переносного руху

$$j_k G_k \frac{\partial^2 \varphi_k^0}{\partial x^2} = h_k \omega_0, \quad k = \overline{1, 6}; \quad (3)$$

яке одержують в результаті підкладання (2) в (1).

Запишемо граничні умови для переносного руху: на усті свердловини

$$x = 0 \quad \varphi_1^e = \omega_0 t, \quad (4)$$

при з'єднанні секцій без проміжних елементів

$$x = L_1 \quad \varphi_1^e = \varphi_2^e, \quad j_1 G_1 \frac{\partial \varphi_1^e}{\partial x} = j_2 G_2 \frac{\partial \varphi_2^e}{\partial x}, \quad (5)$$

при з'єднанні секцій через опорно-центрувальні пристрої

$$x = L_n \quad (n = 2, 3, 4) \quad \varphi_n^e = \varphi_{n+1}^e, \quad j_{n+1} G_{n+1} \frac{\partial \varphi_{n+1}^e}{\partial x} - j_n G_n \frac{\partial \varphi_n^e}{\partial x} = J_n \frac{\partial^2 \varphi_n^e}{\partial t^2} + f_n \frac{\partial \varphi_n^e}{\partial t}, \quad (6)$$

при з'єднанні секцій через пружну муфту

$$x = L_5 \quad \left. \begin{aligned} k(\varphi_5^e - \varphi_6^e) + \alpha \left(\frac{\partial \varphi_5^e}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_6^e}{\partial t} \right) &= j_5 G_5 \frac{\partial \varphi_5^e}{\partial x}, \\ j_5 G_5 \frac{\partial \varphi_5^e}{\partial x} &= j_6 G_6 \frac{\partial \varphi_6^e}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

на долоті

$$x = L_6 \quad j_6 G_6 \frac{\partial \varphi_6^e}{\partial x} = -M_\partial. \quad (8)$$

Початкові умови для переносного руху

$$\varphi_k^e(x, 0) = \varphi_k^0(x), \quad \frac{\partial \varphi_k^e(x, 0)}{\partial t} = \omega_0. \quad (9)$$

Розв'язок (2) задачі перепишемо у вигляді

$$\varphi_k^e(x, t) = \omega_0 t + \frac{h_k \omega_0}{2 j_k G_k} x^2 + C_k x + S_k. \quad (10)$$

Спочатку визначимо початковий кут закручування. Враховуючи (2), перепишемо умову (4)

$$x = 0 \quad \varphi_1^0 = 0. \quad (11)$$

Після цього, взявши в рівняннях (3) – (9) $\varphi_k^0(x)$ замість $\varphi_k^e(x, t)$, знайдемо сталі C_k і S_k :

$$\begin{aligned} C_6 &= -\frac{M_\partial + h_6 \omega_0 L_6}{j_6 G_6}, C_5 = \frac{\omega_0 L_5 (h_6 - h_5) + G_6 j_6 G_6}{j_5 G_5}, \\ C_4 &= \frac{\omega_0 L_4 (h_5 - h_4) + C_5 j_5 G_5 - \omega_0 f_4}{j_4 G_4}, C_3 = \frac{\omega_0 L_3 (h_4 - h_3) + C_4 j_4 G_4 - \omega_0 f_3}{j_3 G_3}, \\ C_2 &= \frac{\omega_0 L_2 (h_3 - h_2) + C_3 j_3 G_3 - \omega_0 f_2}{j_2 G_2}, C_1 = \frac{\omega_0 L_1 (h_2 - h_1) + C_2 j_2 G_2}{j_1 G_1}, \\ S_1 &= 0, S_2 = \frac{\omega_0 L_2^2}{2} \left(\frac{h_1}{j_1 G_1} - \frac{h_2}{j_2 G_2} \right) + L_1 (C_1 - C_2) + S_1, \\ S_3 &= \frac{\omega_0 L_2^2}{2} \left(\frac{h_2}{j_2 G_2} - \frac{h_3}{j_3 G_3} \right) + L_2 (C_2 - C_3) + S_2, \\ S_4 &= \frac{\omega_0 L_3^2}{2} \left(\frac{h_3}{j_3 G_3} - \frac{h_4}{j_4 G_4} \right) + L_3 (C_3 - C_4) + S_3, \\ S_5 &= \frac{\omega_0 L_4^2}{2} \left(\frac{h_4}{j_4 G_4} - \frac{h_5}{j_5 G_5} \right) + L_4 (C_4 - C_5) + S_4, \\ S_6 &= \frac{\omega_0 L_5^2}{2} \left(\frac{h_5}{j_5 G_5} - \frac{h_6}{j_6 G_6} \right) + L_5 (C_5 - C_6) + S_5 - \frac{h_5 \omega_0 L_5 + C_5 j_5 G_5}{k}. \end{aligned}$$

В і д н о с н и й р у х

Сформулюємо задачу для відносного руху. Диференціальні рівняння крутильних коливань довільної секції труб одержимо з (1) шляхом заміни $\varphi_k(x, t)$ на $\varphi_k^r(x, t)$.

Граничні умови подамо у вигляді:
на усті свердловини

$$x = 0 \quad J_1 \frac{\partial^2 \varphi_1^r}{\partial t^2} = j_1 G_1 \frac{\partial \varphi_1^r}{\partial x} - H_1 \frac{\partial \varphi_1^r}{\partial t}, \quad (12)$$

при з'єднанні секцій бурильних і обважених бурильних труб

$$x = L_1 \quad \varphi_1^r = \varphi_2^r, \quad j_1 G_1 \frac{\partial \varphi_1^r}{\partial x} = j_2 G_2 \frac{\partial \varphi_1^r}{\partial x}, \quad (13)$$

за наявності в місці з'єднання опорно-центрувальних пристроїв

$$x = L \quad (n = 2, 3, 4) \quad \varphi_n^r = \varphi_{n+1}^r, \quad j_{n+1} G_{n+1} \frac{\partial \varphi_{n+1}^r}{\partial x} - j_n G_n \frac{\partial \varphi_n^r}{\partial x} = J_n \frac{\partial^2 \varphi_n^r}{\partial t^2} + f_n \frac{\partial \varphi_n^r}{\partial t}, \quad (14)$$

за наявності в місці з'єднання пружної муфти

$$x = L_5 \quad \left. \begin{aligned} k(\varphi_5^r - \varphi_6^r) + \alpha \left(\frac{\partial \varphi_5^r}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_6^r}{\partial t} \right) &= j_5 G_5 \frac{\partial \varphi_5^r}{\partial x}, \\ j_5 G_5 \frac{\partial \varphi_5^r}{\partial x} &= j_6 G_6 \frac{\partial \varphi_6^r}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

на долоті

$$x = L_6 \quad j_6 G_6 \frac{\partial \varphi_6^r}{\partial x} = -iM^* e^{i(pt+\chi)}. \quad (16)$$

Оскільки коливний процес розглядаємо усталеним, а граничну умову подано гармонічною функцією, то задачу можна розглядати без початкових умов, а розв'язок шукати, згідно з методом механічного імпедансу, в комплекснозначному вигляді

$$\varphi_k^r(x, t) = B_k \sin(\beta_k x + b_k) e^{i(pt+\chi)}. \quad (17)$$

Параметр β_k визначаємо зі співвідношення

$$\beta_k = \frac{p^2 q_k j_k - ip h_k}{j_k G_k}, \quad (18)$$

а комплексні коефіцієнти B_k , b_k складника кута повороту у відносному русі з граничних умов (12) – (16):

$$\begin{aligned} b_1 &= \arctg \frac{j_1 G_1 \beta_1}{ip H_1 - p^2 J_1}, \quad b_2 = \arctg \left[\frac{j_2 G_2 \beta_2}{j_1 G_1 \beta_1} \operatorname{tg}(\beta_1 L_1 + b_1) \right] - \beta_2 L_1, \\ b_3 &= \arctg \left[\frac{j_2 G_2 \beta_2}{j_3 G_3 \beta_3} \operatorname{ctg}(\beta_2 L_2 + b_2) - \frac{ip f_2 - p^2 J_2}{j_3 G_3 \beta_3} \right] - \beta_3 L_2, \\ b_4 &= \arctg \left[\frac{j_3 G_3 \beta_3}{j_4 G_4 \beta_4} \operatorname{ctg}(\beta_3 L_3 + b_3) - \frac{ip f_3 - p^2 J_3}{j_4 G_4 \beta_4} \right] - \beta_4 L_3, \\ b_5 &= \arctg \left[\frac{j_4 G_4 \beta_4}{j_5 G_5 \beta_5} \operatorname{ctg}(\beta_4 L_4 + b_4) - \frac{ip f_4 - p^2 J_4}{j_5 G_5 \beta_5} \right] - \beta_5 L_4, \\ b_6 &= \arctg \left[\frac{j_6 G_6 \beta_6}{j_5 G_5 \beta_5} \operatorname{tg}(\beta_5 L_5 + b_5) - \frac{j_6 G_6 \beta_6}{k + ip \alpha} \right] - \beta_6 L_5, \end{aligned}$$

$$B_6 = \frac{-iM^*}{j_6 G_6 \beta_6 \cos(\beta_6 L_6 + b_6)}, \quad B_5 = B_6 \frac{j_6 G_6 \beta_6 \cos(\beta_6 L_5 + b_6)}{j_5 G_5 \beta_5 \cos(\beta_5 L_5 + b_5)},$$

$$B_4 = B_5 \frac{\sin(\beta_5 L_4 + b_5)}{\sin(\beta_4 L_4 + b_4)}, \quad B_3 = B_4 \frac{\sin(\beta_4 L_3 + b_4)}{\sin(\beta_3 L_3 + b_3)},$$

$$B_2 = B_3 \frac{\sin(\beta_3 L_2 + b_3)}{\sin(\beta_2 L_2 + b_2)}, \quad B_1 = B_2 \frac{\sin(\beta_2 L_1 + b_2)}{\sin(\beta_1 L_1 + b_1)}.$$

Характеристики відносного та переносного рухів компонування

Сумарний кут повороту довільного перерізу труб k -ї секції складе

$$\varphi_k(x, t) = \varphi_k^e(x, t) + \tilde{\varphi}_k^r(x, t),$$

де $\varphi_k^e(x, t) = \omega_0 t + \varphi_k^0(x)$ – складник кута повороту в переносному русі,

$$\varphi_k^0(x) = \frac{h_k \omega_0}{2 j_k G_k} x^2 + C_k x + S_k - \text{початковий кут закручення};$$

$\tilde{\varphi}_k^r(x, t) = \text{Re} \left[B_k \sin(\beta_k x + b_k) e^{i(pt+\chi)} \right]$ – складник кута повороту у відносному русі бурильної колоні.

Амплітуда останнього складника буде такою

$$\left[\tilde{\varphi}_k^r \right]_a = \sqrt{\text{Re}^2 \left[B_k \sin(\beta_k x + b_k) \right] + \text{Im}^2 \left[B_k \sin(\beta_k x + b_k) \right]}.$$

Враховуючи зв'язки між кутами повороту і крутними моментами у відносному та переносному рухах

$$M_k^e(x, t) = -j_k G_k \frac{\partial \varphi_k^e(x, t)}{\partial x}, \quad M_k^r(x, t) = -j_k G_k \frac{\partial \varphi_k^r(x, t)}{\partial x},$$

значення сумарного крутного моменту та його складників у x -перерізі подаємо у вигляді

$$M_k(x, t) = M_k^e(x) + \tilde{M}_k^r(x, t), \quad M_k^e(x) = -h_k \omega_0 x - C_k j_k G_k,$$

$$\tilde{M}_k^r(x, t) = -j_k G_k \text{Re} \left[B_k \beta_k \cos(\beta_k x + b_k) e^{i(pt+\chi)} \right].$$

Амплітудне значення крутного моменту у відносному русі

$$\left[\tilde{M}_k^r(x) \right]_a = j_k G_k \sqrt{\text{Re}^2 \left[B_k \beta_k \cos(\beta_k x + b_k) \right] + \text{Im}^2 \left[B_k \beta_k \cos(\beta_k x + b_k) \right]}.$$

Складники дотичного напруження з кутами повороту зв'яжемо залежностями

$$\tau_k^e(x, t) = -r_k G_k \frac{\partial \varphi_k^e(x, t)}{\partial x}, \quad \tau_k^r(x, t) = -r_k G_k \frac{\partial \varphi_k^r(x, t)}{\partial x},$$

де r_k – віддаль від осі труби. Дотичне напруження буде максимальним при $r_k = D_k/2$, де D_k – зовнішній діаметр труби k -ї секції. Надалі, говорячи про дотичні напруження, матимемо на увазі максимальні дотичні напруження.

Сумарне значення дотичного напруження в x -перерізі k -ї секції труб визначають так

$$\tau_k(x, t) = \tau_k^e(x) + \tilde{\tau}_k^r(x, t),$$

де $\tau_k^e(x, t) = \frac{D_k}{2j_k} M_k^e(x)$ – дотичне напруження у переносному русі,

$\tilde{\tau}_k^r(x, t) = \frac{D_k}{2j_k} \tilde{M}_k^r(x, t)$ – дотичне напруження у відносному русі.

Поточне та максимальне значення коефіцієнта динамічності на долоті при крутильних коливаннях становитимуть

$$K_\partial(t) = \frac{\tilde{M}_6^r(L_6, t)}{M_\partial}, \quad K_\partial = \frac{[\tilde{M}_6^r(L_6)]_a}{M_\partial}.$$

Поточне значення коефіцієнта віброзахисту x -перерізу бурильної колони при крутильних коливаннях дорівнює відношенню кутів $[\tilde{\varphi}_k^r(x, t)]_m$ та $\tilde{\varphi}_k^r(x, t)$ відповідно при роботі з пружною муфтою і без неї

$$\psi(x, t) = \frac{[\tilde{\varphi}_k^r(x, t)]_m}{\tilde{\varphi}_k^r(x, t)},$$

а його максимальне значення (надалі коефіцієнт віброзахисту x -перерізу при крутильних коливаннях) – відношенню кутів повороту у відносному русі

$$\psi(x) = \frac{[\tilde{\varphi}_k^r(x)]_{am}}{[\tilde{\varphi}_k^r(x)]_a}.$$

Якщо збурення на долоті взяти полігармонічним

$\sum_{s=1}^l M_s^* \sin(p_s t + \chi_s)$, то граничну умову (16) слід переписати у вигляді

$$x = L_6 \quad j_6 G_6 \frac{\partial \varphi_6^k}{\partial x} = -i \sum_{s=1}^l M_s^* e^{i(p_s t + \chi_s)}$$

а розв'язок (17) і вираз для параметра β_k (18) шукати у вигляді

$$\varphi_{ks}^r(x, t) = \sum_{s=1}^l B_{ks} \sin(\beta_{ks} x + b_{ks}) e^{i(p_s t + \chi_s)},$$

$$\beta_{ks} = \frac{p_s^2 q_k j_k - i p_s h_k}{j_k G_k}.$$

Зауважимо, що кутову швидкість обертання ω_1 вихідного валу ГВД враховано амплітудою M_s^* і частотою p_3 полігармонічного збурення та моментом M_∂ на долоті. Водночас в моделі взято $h_k \omega_0$ замість $h_k \omega_1$ ($k = 5, 6$), тобто знехтувано зміною в'язкого тертя вздовж п'ятої і шостої секцій, зважаючи на їхню незначну довжину.

Одержану математичну модель нескладно поширити на інші компонування бурильної колони.

Висновки

1. Розв'язано задачу про крутильні коливання бурильної колони, компонування якої містить опорно-центрувальні і віброзахисні елементи.
2. Запропоновано формули для визначення відносних і переносних складників крутного моменту і дотичного напруження в x -перерізі бурильної колони, коефіцієнта віброзахисту цього x -перерізу при крутильних коливаннях та коефіцієнта динамічності долота.

Література

1. Стійкість і коливання бурильної колони / В.М. Мойсишин, Б.Д. Борисевич, Ю.Л. Гаврилів, С.А. Зінченко. – Івано-Франківськ: Лілея-НВ, 2013. – 590 с
2. Захист бурильної колони від вібраційних навантажень: Наукове видання / П.І. Огородніков, В.М. Світлицький, Ю.З. Щербатюк. – К.: Інтерпрес ЛТД, 2012. – 279 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 01.11.2023 р.

MATHEMATICAL MODEL OF TORSIONAL OSCILLATIONS DRILLING COLUMN WITH FLEXIBLE COUPLING IN COMPOSITION

V. M. Moisyshyn¹, V. I. Vekeryk¹, S. M. Landar²

¹*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;*

15, Karpatska Street, Ivano-Frankivsk, 76019;

tel. +380 (342) 71-72-31; e-mail: math@nung.edu.ua;

²*"Ukrnaftagazservice"; 3, Shevchenko Street, Poltava, Ukraine, 36011;*

tel. +38 (0532) 61 26 42; e-mail: s.landar@ungs-drilling.com.ua

A generalized mathematical model of the torsional vibrations of the drilling column is proposed, the composition of which includes support-centering elements, an elastic coupling, and a screw drilling motor. The portable movement of the drilling column is taken to be a steady rotational movement with a given angular velocity and the relative movement is taken to be oscillations disturbed by the bit. The model allows you to determine the relative and transfer components of the angle of rotation, torque and tangential stress in the cross sections of the column.

Keywords: *drilling column, elastic coupling, torsional oscillations, rotation angle, torque, tangential stress.*