

Математичне моделювання та обчислювальні методи --- ---

УДК 622.24

DOI: 10.31471/2304-7399-2020-1(59)-44-65

МЕТОДИКА ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

**В. М. Мойсишин, М. В. Лисканич, Р. А. Жовнірук, В. І. Векерик,
Ю. Л. Гаврилів**

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;
76018, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;
тел. +380(342) 72-71-31; e-mail: math@nung.edu.ua*

Під час проведення експериментальних досліджень використовують два плани їх проведення: класичний і факторний (раціональний). Класичний план використовують при кількості зовнішніх незалежних чинників не більше двох. При збільшенні числа зовнішніх факторів використовують раціональне планування експерименту, яке дозволяє суттєво зменшити число комбінацій цих факторів. Наприклад при чотирьох зовнішніх чинниках, які змінюються на чотирьох рівнях, за класичним планом число комбінацій $4^4 = 256$. Раціональне планування експерименту дозволяє зменшити число цих комбінацій до 16. Для обробки результатів факторного експерименту використовують два методи, запропоновані М.М. Протодьяконовим і Р.С. Яремійчуком. У статті наведено покрокову методику обробки результатів факторного експерименту з прикладом одночасного використання цих методів. Порівнюючи результати обробки автори вважають, що кращі результати одержані під час використання методу М.М. Протодьяконова. Авторами проведено перевірку двох видів багатофакторної емпіричної моделі множинної кореляції, одну з яких подано добутком частинних емпіричних залежностей, другу – сумою. Під час використання цих моделей встановлено, що результати обробки факторного експерименту потрібно представляти багатофакторною емпіричною моделлю, яку подано добутком частинних емпіричних залежностей.

Ключові слова: класичний експеримент, факторний експеримент, емпірична кореляційна залежність, апроксимація, раціональне планування експерименту, множинна кореляція.

1. Вступ

Завданням будь-якого експериментального дослідження є встановлення об'єктивних закономірностей між різними чинниками, які описуються відповідними емпіричними залежностями, що використовуються в управлінні аналізованих процесів. Для встановлення закономірностей зміни цих процесів використовується метод раціонального планування експериментів [2], за допомогою якого можна отримати емпіричні формули множинної кореляції при мінімальному числі експериментальних досліджень.

Комбінаційні квадрати раціонального планування досліджень, латинські або греко-латинські, побудовані таким чином, що сукупність зовнішніх незалежних чинників не повторяється. Для таких сукупностей, щоб встановити вплив будь-якого з цих факторів на результати дослідження, використовують спеціальні методики обробки результатів досліджень, наведені в роботах [2, 3], які ґрунтуються на методах кореляційного і регресійного аналізів.

Метою статті є розробка алгоритму порівняння методів М.М. Протодьяконова [2] і Р.С. Яремійчука [3] та вибір найбільш придатної емпіричної формули множинної кореляції, в якій загальна функція досліджуваного процесу подається або у вигляді добутку частинних емпіричних кореляційних залежностей цієї функції від зовнішніх незалежних чинників або у вигляді суми цих залежностей.

2. Перший етап аналізу результатів факторного експерименту, проведеного на базі греко-латинського квадрата 4×4

Метою експерименту є встановлення впливу чотирьох незалежних факторів A , B , C і D , значення яких змінювались на чотирьох рівнях, на досліджуваний процес, зміна якого характеризується величиною Y . Матрицю цього експерименту зі значеннями величини Y , одержаної для кожного дослідження, наведено у табл. 1.

На цьому етапі, який є спільним для методів Протодьяконова і Яремійчука, усереднюються результати по кожному незалежному чиннику і за цими даними проводиться підбір емпіричних апроксимуючих “розумних” (гладких) кореляційних залежностей для кожного чинника.

За цими залежностями визначався найбільш потужний за впливом на величину Y незалежний фактор.

Таблиця 1. Матриця планованого експерименту 4x4 із експериментальними значеннями Y_i

№ досл.	A	B	D	C	Y_i
1	82	10	400	0,1	0,4953
2	82	15	2500	40	0,5661
3	82	20	800	70	0,6266
4	82	25	1700	90	0,4165
5	133	10	800	90	0,7692
6	133	15	1700	70	1,042
7	133	20	400	40	0,7059
8	133	25	2500	0,1	1,4022
9	188	10	1700	40	1,3237
10	188	15	800	0,1	1,3823
11	188	20	2500	90	1,1888
12	188	25	400	70	1,4817
13	285	10	2500	70	1,6309
14	285	15	400	90	2,381
15	285	20	1700	0,1	2,8019
16	285	25	800	40	2,3

У табл. 2 подано результати експерименту, усереднені відповідно за параметрами A та B.

Таблиця 2. Результати експерименту, усереднені за значеннями параметрів A і B

B\A	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	0,4953	0,7692	1,3237	1,6309	4,2191	1,0548
15	0,5661	1,0420	1,3823	2,381	5,3714	1,34285
20	0,6266	0,7059	1,1888	2,8019	5,3232	1,3308
25	0,4165	1,4022	1,4817	2,3	5,6004	1,4001
Сума	2,1045	3,9193	5,3765	9,1138	20,5141	
Середнє	0,5261	0,9798	1,3441	2,2784		

У табл. 3 подано результати експерименту, усереднені відповідно за параметрами C та D.

Таблиця 3. Результати експерименту, усереднені за значеннями параметрів C і D

C\D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	0,4953	1,3823	2,8019	1,4022	6,0817	1,5204
40	0,7059	2,3	1,3237	0,5661	4,8957	1,2239
70	1,4817	0,6266	1,0420	1,6309	4,7812	1,1953
90	2,381	0,7692	0,4165	1,1888	4,7555	1,1889
Сума	5,0639	5,0781	5,5841	4,788	20,5141	
Середнє	1,26597	1,2695	1,3960	1,197		

Апроксимацію (вирівнювання) експериментальних даних емпіричною залежністю здійснюють за програмою «Визначення виду емпіричної залежності методом найменших квадратів» [5]. Вона визначає вибіркового коефіцієнт кореляції r_e експериментальних даних, коефіцієнти чотирнадцяти різних залежностей та основну похибку σ_0 вирівнювання для кожної з них. У випадку незадовільної апроксимації цією програмою для визначення кореляційної емпіричної залежності використовується програма інтерполяції і апроксимації «NUMERI» для підбору полінома третього ступеня з одним максимумом або мінімумом.

Апроксимація вважається задовільною, якщо виконуються дві умови: $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_j$, де σ_0 – середнє квадратичне відхилення значень емпіричної залежності від експериментальних значень; \bar{Y}_j – середнє вибірок об'єму $n = 4$ при $j = A, D, C, D$.

Ймовірність кореляційного зв'язку між вихідним параметром Y та вхідними незалежними чинниками A, B, C, D визначається за нерівністю $T_{cn} > t_{kp}$, де T_{cn} – спостережене значення критерію Стюдента, $t_{kp}(\alpha, \kappa)$ – критична точка розподілу Стюдента, α – рівень значущості (зона ухвалення рішення двостороння), $\kappa = n - 2$ – число ступенів вільності, n – об'єм вибірки. Ймовірність кореляційного зв'язку задовільна при $\alpha \geq 0,1$.

У табл. 5 наведено частинні емпіричні залежності $Y_A = f(A)$, $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної апроксимації цими залежностями експериментальних даних і відношення максимального значення фактора Y до його мінімального.

Таблиця 5. Результати підбору частинних емпіричних залежностей та перевірка умов задовільної апроксимації експериментальних даних

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
A	$Y_A = 0,003345 \cdot A^{1,152168}$	0,9974 0,998 > P > 0,99	0,0434 < 0,128	4,3
B	$Y_B = 1,641 - 5,638551 / B$	0,9473 0,95 > P > 0,9	0,0496 < 0,128	1,33
C	$Y_C = 1,397 \cdot C^{-3,645403 \cdot 10^{-2}}$	1	0,0022 < 0,128	1,28
D	$Y_D = 1,3805317 - 0,0004842 \cdot D +$ $+ 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$7,475 \cdot 10^{-16} < 0,128$	1,17

Примітка: в таблиці – $P = 1 - \alpha$ – ймовірність існування кореляційної залежності між незалежними факторами та величиною Y ; σ_0 – величина основної похибки при апроксимації експериментальних даних відповідними емпіричними залежностями.

Потужність впливу незалежного фактора на величину Y характеризується відношенням її максимального значення Y_{max} до мінімального Y_{min} . За табл. 5 найбільш впливовим є чинник А.

3. Другий етап аналізу результатів факторного експерименту – нейтралізація впливу незалежних чинників за методом Протодьяконова

3.1 Нейтралізація впливу чинника А за методом Протодьяконова. Визначення скоригованих значень $Y_{СК.1.i}$ та їх усереднення за чинниками В, С, D. Підбір апроксимуючих “розумних” (гладких) кореляційних залежностей за скоригованими значеннями $Y_{СК.1.i}$

Середнє значення фактора А– $A_{CP}=172$. За цим значенням і формулою $-Y_{A_{CP}} = 0,003345 \cdot A_{CP}^{1,152168} = 0,003345 \cdot 172^{1,152168} = 1,2592$.

Значення величини $Y_{A.i}$ за емпіричною формулою: $Y_{A.1}=0,536$ (досліди 1–4); $Y_{A.2}=0,936$ (досліди 5–8); $Y_{A.3}=1,395$ (досліди 9–12); $Y_{A.4}=2,252$ (досліди 13–16). Скориговані значення, які враховують нейтралізацію фактора А, визначаються за формулою $Y_{СК.1.i} = Y_i + (Y_{A_{CP}} - Y_{A.i})$.

Приклад визначення скоригованих значень $Y_{СК.1.i}$ наведено за результатами першого досліді: величина виразу $Y_{A_{CP}} - Y_{A.1} = 1,2592 - 0,536 = 0,7232$. Скориговані значення $Y_{СК.1.i}$ наведено в табл. 6.

Таблиця 6. Скориговані значення $Y_{СК.1.i}$ і Y_i

№ досл.	А	В	D	С	Y_i .	$Y_{СК.1.i} = Y_i + (Y_{A_{CP}} - Y_{A.i})$.
1	82	10	400	0,1	0,4953	1,2185
2	82	15	2500	40	0,5661	1,2893
3	82	20	800	70	0,6266	1,3498
4	82	25	1700	90	0,4165	1,1397
5	133	10	800	90	0,7692	1,0924
6	133	15	1700	70	1,042	1,3652
7	133	20	400	40	0,7059	1,0291
8	133	25	2500	0,1	1,4022	1,7254
9	188	10	1700	40	1,3237	1,1879
10	188	15	800	0,1	1,3823	1,2465
11	188	20	2500	90	1,1888	1,053
12	188	25	400	70	1,4817	1,3459
13	285	10	2500	70	1,6309	0,6381
14	285	15	400	90	2,381	1,3882
15	285	20	1700	0,1	2,8019	1,8091
16	285	25	800	40	2,3	1,3072

У табл. 7 і 8 подано результати нейтралізації чинника А, усереднені відповідно за чинниками В, С і D.

Таблиця 7. Результати нейтралізації чинника А

В\А	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	1,2185	1,0924	1,1879	0,6381	4,1369	1,0342
15	1,2893	1,3652	1,2465	1,3882	5,2892	1,3223
20	1,3498	1,0291	1,053	1,8091	5,241	1,310
25	1,1397	1,7254	1,3459	1,3072	5,5182	1,3795
Сума	4,9973	5,2121	4,8333	5,1426	20,1853	
Середнє	1,2493	1,3030	1,2083	1,2856		

Таблиця 8. Результати нейтралізації чинника А

С\D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	1,2185	1,2465	1,8091	1,7254	5,9995	1,4999
40	1,0291	1,3072	1,1879	1,2893	4,8135	1,2034
70	1,3459	1,3498	1,3652	0,6381	4,699	1,1747
90	1,3882	1,0924	1,1397	1,053	4,6733	1,1683
Сума	4,9817	4,9959	5,5019	4,7058	20,1853	
Середнє	1,2454	1,24897	1,3755	1,1764		

У табл. 9 наведено частинні емпіричні залежності $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної апроксимації цими залежностями експериментальних даних.

Таблиця 9. Результати підбору частинних емпіричних залежностей та перевірка умов задовільної апроксимації скоригованих даних $Y_{СК.1.i}$

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
А	Відсутня	0,18	-	1,07
В	$Y_B = 1,609 - 5,48994 / B$	0,966 0,98 > P > 0,95	0,0677 < 0,125	1,33
С	$Y_C = 1,377 \cdot C^{-3,705719 \cdot 10^{-2}}$	1	0,0017 < 0,1261	1,28
Д	$\sigma_{w.ст} = 1,3585702 - 0,0004811 \cdot D + 5,55863 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,57047 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$6,147 \cdot 10^{-15} < 0,1261$	1,17

За табл. 9 вплив найбільш потужного чинника А нейтралізовано, відношення Y_{max} / Y_{min} зменшилось з 4,3 до 1,07, ймовірність кореляцій-

ного зв'язку між чинником А і величиною Y зменшилась з 0,995 до 0,15. За табл. 9 найбільш впливовим з трьох чинників В, С і D є чинник В.

3.2 Нейтралізація впливу чинника В за методом Протодьяконова. Усереднення значень $Y_{CK.2.i}$ за чинниками С, D. Підбір апроксимуючих “розумних” (гладких) кореляційних залежностей за скоригованими значеннями $Y_{CK.2.i}$.

Середнє значення фактора $B-B_{CP}=17,5$. За цим значенням і формулою $Y_B = 1,609 - 5,48994 / B = 1,609 - 5,48994 / 17,5 = 1,2953$. Значення величини $Y_{B,i}$ за емпіричною формулою: $Y_{B,1}=1,06$ (досліди 1, 5, 9, 13); $Y_{B,2}=1,243$ (досліди 2, 6, 10, 14); $Y_{B,3}=1,334$ (досліди 3, 7, 11, 15); $Y_{B,4}=1,389$ (досліди 4, 8, 12, 16). Скориговані значення, які враховують нейтралізацію чинника В, визначаються за формулою $Y_{CK.2.i} = Y_{CK.1.i} + (Y_{B_{CP}} - Y_{B,i})$.

Приклад визначення скоригованих значень $Y_{CK.2.i}$ наведено за результатами першого дослідження: $Y_{B_{CP}} - Y_{B,1} = 1,2953 - 1,06 = 0,2353$ величина виразу. Скориговані значення $Y_{CK.2.i}$ наведено в табл. 10.

Таблиця 10. Скориговані значення $Y_{CK.2.i}$

№ досл.	A	B	D	C	$Y_{CK.1.i}$	$Y_{CK.2.i} = Y_{CK.1.i} + (Y_{B_{CP}} - Y_{B,i})$
1	82	10	400	0,1	1,2185	1,2185+0,2353=1,4538
2	82	15	2500	40	1,2893	1,2893+0,0523=1,3416
3	82	20	800	70	1,3498	1,3498-0,0387=1,3111
5	133	10	800	90	1,0924	1,0924+0,2353=1,3277
6	133	15	1700	70	1,3652	1,3652+0,0523=1,4175
7	133	20	400	40	1,0291	1,0291-0,0387=0,9904
8	133	25	2500	0,1	1,7254	1,7254-0,0937=1,6317
9	188	10	1700	40	1,1879	1,1879+0,2353=1,4232
10	188	15	800	0,1	1,2465	1,2465+0,0523=1,2988
11	188	20	2500	90	1,053	1,053-0,0387=1,0143
12	188	25	400	70	1,3459	1,3459-0,0937=1,2522
13	285	10	2500	70	0,6381	0,6381+0,2353=0,8734
14	285	15	400	90	1,3882	1,3882+0,0523=1,4405
15	285	20	1700	0,1	1,8091	1,8091-0,0387=1,7704
16	285	25	800	40	1,3072	1,3072-0,0937=1,2135

У табл. 11 і 12 подано результати нейтралізації чинника В, усереднені відповідно за чинниками А, В, С і D.

Таблиця 11. Результати нейтралізації чинника В

В\A	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	1,4538	1,3277	1,4232	0,8734	5,0781	1,2695
15	1,3416	1,4175	1,2988	1,4405	5,4984	1,3746
20	1,3111	0,9904	1,0143	1,7704	5,0862	1,2715
25	1,046	1,6317	1,2522	1,2135	5,1434	1,2858
Сума	5,1525	5,3673	4,9885	5,2978	20,8061	
Середнє	1,2881	1,3418	1,2471	1,3244		

Таблиця 12. Результати нейтралізації чинника В

C/D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	1,4538	1,2988	1,7704	1,6317	6,1547	1,5387
40	0,9904	1,2135	1,4232	1,3416	4,9687	1,2422
70	1,2522	1,3111	1,4175	0,8734	4,8542	1,2135
90	1,4405	1,3277	1,046	1,0143	4,8285	1,2071
Сума	5,1369	5,1511	5,6571	4,861	20,8061	
Середнє	1,2842	1,2878	1,4143	1,2152		

У табл. 13 наведено частинні емпіричні залежності $Y_C = f(C)$, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної апроксимації цими залежностями скоригованих даних $Y_{СК.2.i}$.

Таблиця 13. Результати підбору частинних емпіричних залежностей та перевірка умов задовільної апроксимації скоригованих даних $Y_{СК.2.i}$

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0, I\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
В	Відсутня	-0,1399 0,2>P>0,1	-	1,08
С	$Y_C = 1,416 \cdot C^{-3,611325 \cdot 10^{-2}}$	-0,9993 1>P>0,999	0,002<0,1261	1,27
Д	$Y_D = 1,3971429 - 0,0004794 \cdot D + 5,53887 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,56513 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,269 \cdot 10^{-15} < 0,13$	1,16

Нейтралізація чинника В задовільна, відношення Y_{max} / Y_{min} зменшилось з 1,33 до 1,08, ймовірність кореляційного зв'язку між чинником В і величиною Y зменшилась з 0,96 до 0,15.

З двох чинників С і Д більш впливовим є чинник С, для якого відношення $Y_{max} / Y_{min} = 1,27 > 1,16$.

3.3 Нейтралізація впливу чинника С за методом Протодьяконова. Визначення скоригованих значень $Y_{СК.3.i}$ та їх усереднення за чинником Д. Підбір апроксимуючої “розумної” (гладкої) кореляційної залежності за скоригованими значеннями $Y_{СК.3.i}$.

Середнє значення чинника С– $C_{CP} = 50,025$. За цим значенням і емпіричною формулою $Y_C = 1,416 \cdot C^{-3,611325 \cdot 10^{-2}} = 1,416 \cdot 50,025^{-3,611325 \cdot 10^{-2}} = 1,2294$. Значення величини $Y_{C.i}$ за емпіричною формулою: $Y_{C.1} = 1,5388$ (досліди 1, 8, 10, 15); $Y_{C.2} = 1,2394$ (досліди 2, 7, 9, 16); $Y_{C.3} = 1,2146$ (досліди 3, 5, 12, 13); $Y_{C.4} = 1,2036$ (досліди 4, 5, 11, 14). Скориговані значення, які враховують нейтралізацію чинника С, визначаються за формулою $Y_{СК.3.i} = Y_{СК.2.i} + (Y_{C_{CP}} - Y_{C.i})$.

Приклад визначення скоригованих значень $Y_{СК.3.i}$ наведено за результатами першого дослідження: величина виразу $Y_{C_{CP}} - Y_{C.1} = 1,2294 - 1,5388 = -0,3094$. Скориговані значення $Y_{СК.3.i}$ наведено в табл. 14.

Таблиця 14. Скориговані значення $Y_{СК.3.i}$

№ досл.	A	B	D	C	$Y_{СК.2.i}$	$Y_{СК.2.i} + (Y_{C_{cp}} - Y_{C.i})$	$Y_{СК.3.i}$
1	82	10	400	0,1	1,4538	1,4538-0,3094	1,1444
2	82	15	2500	40	1,3416	1,3416-0,01	1,3316
3	82	20	800	70	1,3111	1,3111+0,0148	1,3259
4	82	25	1700	90	1,046	1,046+0,0258	1,0718
5	133	10	800	90	1,3277	1,3277+0,0258	1,3535
6	133	15	1700	70	1,4175	1,4175+0,0148	1,4323
7	133	20	400	40	0,9904	0,9904-0,01	0,9804
8	133	25	2500	0,1	1,6317	1,6317-0,3094	1,3223
9	188	10	1700	40	1,4232	1,4232-0,01	1,4132
10	188	15	800	0,1	1,2988	1,2988-0,3094	0,9894
11	188	20	2500	90	1,0143	1,0143+0,0258	1,0401
12	188	25	400	70	1,2522	1,2522+0,0148	1,267
13	285	10	2500	70	0,8734	0,8734+0,0148	0,8882
14	285	15	400	90	1,4405	1,4405+0,0258	1,4663
15	285	20	1700	0,1	1,7704	1,7704-0,3094	1,461
16	285	25	800	40	1,2135	1,2135-0,01	1,2035

У табл. 15 подано результати нейтралізації чинника С, усереднені відповідно за параметрами С і D.

Таблиця 15. Результати нейтралізації чинника С

C/D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	1,1444	0,9894	1,461	1,3223	4,9171	1,2293
40	0,9804	1,2035	1,4132	1,3316	4,9287	1,2322
70	1,267	1,3259	1,4323	0,8882	4,9134	1,2283
90	1,4663	1,3535	1,0718	1,0401	4,9317	1,2329
Сума	4,8581	4,8723	5,3783	4,5822	19,6909	
Середнє	1,2145	1,2181	1,3446	1,1455		

У табл. 16 наведено частинну емпіричну залежність, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної її апроксимації за скоригованими даними $Y_{СК.3.i}$.

Таблиця 16. Результати підбору частинної емпіричної залежності, $Y_D = f(D)$ та перевірка умов задовільної її апроксимації за скоригованими даними $Y_{СК.3.i}$

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0, I\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
C	Відсутня	0,3779 0,4 > P > 0,3	-	1,004
D	$Y_D = 1,3279976 - 0,0004829 \cdot D + 5,57840 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,57581 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,72 \cdot 10^{-15} < 0,123$	1,17

Нейтралізація чинника С задовільна, відношення Y_{max} / Y_{min} зменшилось з 1,27 до 1,004, ймовірність кореляційного зв'язку між фактором С і величиною Y зменшилась з 0,9995 до 0,35.

4. Третій етап аналізу результатів факторного експерименту – нейтралізація впливу незалежних чинників за методом Яремійчука

4.1 Нейтралізація впливу чинника А за методом Яремійчука. Визначення скоригованих значень $Y_{CK.A.i}$ та їх усереднення за факторами В, С, D. Підбір апроксимуючих “розумних” (гладких) кореляційних залежностей за скоригованими значеннями $Y_{CK.A.i}$.

Середнє значення фактора А– $A_{CP}=172$. За цим значенням і формулою $-Y_{A_{CP}} = 0,003345 \cdot A_{CP}^{1,152168} = 0,003345 \cdot 172^{1,152168} = 1,2592$. Значення величини $Y_{A.i}$ за емпіричною формулою: $Y_{A.1}=0,536$ (досліди 1–4); $Y_{A.2}=0,936$ (досліди 5–8); $Y_{A.3}=1,395$ (досліди 9–12); $Y_{A.4}=2,252$ (досліди 13–16). Скориговані значення, які враховують нейтралізацію чинника А, визначаються за формулою $Y_{CK.A.i} = Y_i \cdot (Y_{A_{CP}} / Y_{A.i})$.

Приклад визначення скоригованих значень $Y_{CK.A.i}$ наведено за результатами першого досліді: величина виразу $Y_{A_{CP}} / Y_{A.1} = 1,2592 / 0,536 = 2,349$. Скориговані значення $Y_{CK.A.i}$ наведено в табл. 17.

Таблиця 17. Скориговані значення $Y_{CK.A.i}$

№ досл.	А	В	D	С	Y_i	$Y_{CK.A.i} = Y_i \cdot (Y_{A_{CP}} / Y_{A.i})$
1	82	10	400	0,1	0,4953	$0,4953 \cdot 2,349 = 0,9241$
2	82	15	2500	40	0,5661	$0,5661 \cdot 2,349 = 1,3299$
3	82	20	800	70	0,6266	$0,6266 \cdot 2,349 = 1,4720$
4	82	25	1700	90	0,4165	$0,4165 \cdot 2,349 = 0,9785$
5	133	10	800	90	0,7692	$0,7692 \cdot 1,345 = 1,0348$
6	133	15	1700	70	1,042	$1,042 \cdot 1,345 = 1,4018$
7	133	20	400	40	0,7059	$0,7059 \cdot 1,345 = 0,9496$
8	133	25	2500	0,1	1,4022	$1,4022 \cdot 1,345 = 1,8864$
9	188	10	1700	40	1,3237	$1,3237 \cdot 0,903 = 1,1948$
10	188	15	800	0,1	1,3823	$1,3823 \cdot 0,903 = 1,2477$
11	188	20	2500	90	1,1888	$1,1888 \cdot 0,903 = 1,0731$
12	188	25	400	70	1,4817	$1,4817 \cdot 0,903 = 1,3375$
13	285	10	2500	70	1,6309	$1,6309 \cdot 0,559 = 0,9119$
14	285	15	400	90	2,381	$2,381 \cdot 0,559 = 1,3313$
15	285	20	1700	0,1	2,8019	$2,8019 \cdot 0,559 = 1,5667$
16	285	25	800	40	2,3	$2,3 \cdot 0,559 = 1,2860$

У табл. 18 і 19 подано результати нейтралізації чинника А, усереднені відповідно за чинниками В, С і D.

Таблиця 18. Результати нейтралізації чинника А

B\A	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	0,9241	1,0348	1,1948	0,9119	4,0656	1,0164
15	1,3299	1,4018	1,2477	1,3313	5,3107	1,3277
20	1,4720	0,9496	1,0731	1,5667	5,0614	1,2654
25	0,9785	1,8864	1,3375	1,2860	5,4884	1,3721
Сума	4,7045	5,2726	4,8531	5,0959	19,9261	
Середнє	1,1761	1,3181	1,2133	1,2740		

Таблиця 19. Результати нейтралізації чинника А

C\D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	0,9241	1,2477	1,5667	1,8864	5,6249	1,4062
40	0,9496	1,2860	1,1948	1,3299	4,7603	1,1901
70	1,3375	1,4720	1,4018	0,9119	5,1232	1,2808
90	1,3313	1,0348	0,9785	1,0731	4,4177	1,1044
Сума	4,5425	5,0405	5,1418	5,2013	19,9261	
Середнє	1,1356	1,2601	1,2854	1,3003		

У табл. 20 наведено частинні емпіричні залежності $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної апроксимації цих залежностей скоригованими даними $Y_{СК.4.i}$.

Таблиця 20. Результати підбору частинних емпіричних залежностей та перевірка умов задовільної апроксимації скоригованими даними $Y_{СК.4.i}$.

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0, I\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
А	Відсутня	0,48 0,4>P>0,3	-	1,12
В	$Y_B = 1,596 - 5,470273 / B$	0,9041 0,95>P>0,9	0,0677<0,124	1,35
С	$Y_C = (1,189 - 1,207365\sqrt{C})^2$	0,8556 0,9>P>0,8	0,0684<0,124	1,27
Д	$Y_D = 0,8876679 + 0,0008085 \cdot D - 5,09557 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 + 1,00849 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,75 \cdot 10^{-15} < 0,124$	1,14

За табл. 20 вплив найбільш потужного чинника А нейтралізовано, відношення Y_{max} / Y_{min} зменшилось з 4,3 до 1,12, ймовірність кореляційного зв'язку між чинником А та величиною Y зменшилась з 0,995 до 0,35. За цією таблицею найбільш впливовим з трьох чинників В, С і Д є чинник В.

4.2 Нейтралізація впливу чинника В за методом Яремійчука. Визначення скоригованих значень $Y_{CK.5.i}$ та їх усереднення за чинниками С, D. Підбір апроксимуючих “розумних” (гладких) кореляційних залежностей за скоригованими значеннями $Y_{CK.5.i}$

Середнє значення фактора В– $V_{CP}=17,5$. За цим значенням і формулою $Y_B = 1,596 - 5,470273 / B = 1,596 - 5,470273 / 17,5 = 1,2834$. Значення величини $Y_{B.i}$ за емпіричною формулою: $Y_{B.1}=1,049$ (досліди 1, 5, 9, 13); $Y_{B.2}=1,231$ (досліди 2, 6, 10, 14); $Y_{B.3}=1,322$ (досліди 3, 7, 11, 15); $Y_{B.4}=1,377$ (досліди 4, 8, 12, 16). Скориговані значення, які враховують нейтралізацію чинника В, визначаються за формулою $Y_{CK.5.i} = Y_{CK.4.i} \cdot (Y_{B_{CP}} / Y_{B.i})$.

Приклад визначення скоригованих значень $Y_{CK.5.i}$ наведено за результатами першого дослідю: $Y_{B_{CP}} / Y_{B.1} = 1,2834 / 1,049 = 1,223$ величина виразу. Скориговані значення $Y_{CK.5.i}$ наведено в таблиці 21.

Таблиця 21. Скориговані значення $Y_{CK.5.i}$

№досл.	A	B	D	C	$Y_{CK.4.i}$	$Y_{CK.4.i} \cdot (Y_{B_{CP}} / Y_{B.i})$	$Y_{CK.5.i}$
1	82	10	400	0,1	0,9241	0,9241·1,223	1,1302
2	82	15	2500	40	1,3299	1,3299·1,0426	1,3865
3	82	20	800	70	1,4720	1,4720·0,971	1,4293
4	82	25	1700	90	0,9785	0,9785·0,932	0,912
5	133	10	800	90	1,0348	1,0348·1,223	1,2656
6	133	15	1700	70	1,4018	1,4018·1,0426	1,4615
7	133	20	400	40	0,9496	0,9496·0,971	0,9221
8	133	25	2500	0,1	1,8864	1,8864·0,932	1,7581
9	188	10	1700	40	1,1948	1,1948·1,223	1,4612
10	188	15	800	0,1	1,2477	1,2477·1,0426	1,3008
11	188	20	2500	90	1,0731	1,0731·0,971	1,0420
12	188	25	400	70	1,3375	1,3375·0,932	1,2465
13	285	10	2500	70	0,9119	0,9119·1,223	1,1152
14	285	15	400	90	1,3313	1,3313·1,0426	1,3880
15	285	20	1700	0,1	1,5667	1,5667·0,971	1,5213
16	285	25	800	40	1,2860	1,2860·0,932	1,1985

У табл. 22 і 23 подано результати нейтралізації чинника В, усереднені відповідно за чинниками А, В, С і D.

Таблиця 22. Результати нейтралізації чинника В

В\А	82	133	188	285	Сума	Середнє
10	1,1302	1,2656	1,4612	1,1152	4,9722	1,2430
15	1,3865	1,4615	1,3008	1,3880	5,5368	1,3842
20	1,4293	0,9221	1,0420	1,5213	4,9147	1,2287
25	0,912	1,7581	1,2465	1,1985	5,1151	1,2788
Сума	4,858	5,4073	5,0505	5,223	20,5388	
Середнє	1,2145	1,3518	1,2626	1,3057		

Таблиця 23. Результати нейтралізації чинника В

C\D	400	800	1700	2500	Сума	Середнє
0,1	1,1302	1,3008	1,5213	1,7581	5,7104	1,4276
40	0,9221	1,1985	1,4612	1,3865	4,9683	1,24
70	1,2465	1,4293	1,4615	1,1152	5,2525	1,3131
90	1,3880	1,2656	0,912	1,0420	4,6076	1,1519
Сума	4,6868	5,1942	5,356	5,3018	20,5388	
Середнє	1,1717	1,2985	1,339	1,3254		

У табл. 24 наведено частинні емпіричні залежності $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$, $Y_D = f(D)$ та результати перевірки умов задовільної апроксимації цих залежностей скоригованими даними $Y_{СК.5.i}$.

Таблиця 24. Результати підбору частинних емпіричних залежностей та перевірка умов задовільної апроксимації скоригованими даними $Y_{СК.5.i}$.

Незалежний фактор	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0, I\bar{Y}_i$	$\frac{Y_{max}}{Y_{min}}$
В	Відсутня	-0,06 $P \approx 0$	-	1,11
С	$Y_C = 1,435 - 2,492754 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{C}$	0,8641 $0,9 > P > 0,8$	0,0598 < 0,128	1,24
Д	$Y_D = 0,9256166 + 0,0007806 \cdot D - 4,57427 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 + 8,33154 \cdot 10^{-11} \cdot D^3$	1	$5,326 \cdot 10^{-15} < 0,128$	1,14

Нейтралізація чинника В задовільна, відношення Y_{max} / Y_{min} зменшилось з 1,35 до 1,11, ймовірність кореляційного зв'язку між ним і величиною Y зменшилась, практично, до нуля.

З двох факторів С і Д більш впливовим є чинник С, для якого відношення $Y_{max} / Y_{min} = 1,24 > 1,14$.

Нейтралізація чинника С за методом Яремійчука не проводиться, так як ймовірність існування кореляційної залежності між скоригованими даними $Y_{СК.5.i}$ і значеннями параметру С менша за 0,9 ($0,1 < \alpha < 0,2$; $0,8 < P < 0,9$).

5. Четвертий етап аналізу результатів факторного експерименту – вибір кращих частинних емпіричних апроксимуючих кореляційних залежностей між вихідною величиною Y і чинниками А, В, С і Д. Встановлення за цими залежностями емпіричної багатфакторної моделі множинної кореляції. Визначення відносної по-

хибки між результатами факторного експерименту і значеннями емпіричної моделі

Вибір кращої емпіричної залежності проводиться за трьома умовами. Перша умова – апроксимуюча залежність повинна бути “розумною” (гладкою) при користуванні програмою «Визначення виду емпіричної залежності методом найменших квадратів», або містити тільки один екстремум при користуванні програмою інтерполяції і апроксимації «NUMERI» для підбору полінома третього ступеня. Друга умова – емпіричне значення коефіцієнту кореляції повинно бути найбільшим у сукупності порівнюваних залежностей. Третя – відношення $0,1\bar{Y} / \sigma_0$ – найбільше у сукупності залежностей.

Для чинника А залежність $Y=f(A)$ встановлена за експериментальними даними (результати факторного експерименту) і має вигляд – $Y_A = 0,003345 \cdot A^{1,152168}$. Ймовірність існування кореляційного зв'язку між значеннями Y і значеннями чинника А більша за 0,99.

В табл. 25 наведено результати підбору частинних емпіричних залежностей між експериментальними та скоригованими значеннями Y і значеннями чинника В.

Таблиця 25. Результати підбору частинних емпіричних залежностей $Y_B=f(B)$

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_i$	$0,1\bar{Y} / \sigma_0$
Експериментальні дані, табл. 4	$Y_B = 1,641 - 5,638551 / B$	0,9473 0,95>P>0,9	0,0496<0,128	2,58
Скориговані дані $Y_{СКЛ.і}, A \approx \text{const}$, МП, табл. 11	$Y_B = 1,609 - 5,48994 / B$	0,966 0,98>P>0,95	0,0379<0,126	3,32
Скориговані дані (Ск.4) $A \approx \text{const}$, МЯ, табл. 24	$Y_B = 1,596 - 5,470273 / B$	0,9041 0,95>P>0,9	0,0677<0,125	1,85

За табл. 25 кращою емпіричною залежністю $Y_B=f(B)$ є залежність, яка має вигляд $-Y_B = 1,609 - 5,48994 / B$, підібрана за скоригованими даними табл. 9, за якою коефіцієнт кореляції є найвищим, а відношення $0,1\bar{Y} / \sigma_0$ – найбільшим.

В табл. 26 наведено результати підбору частинних емпіричних залежностей між експериментальними та скоригованими значеннями Y і значеннями чинника С.

Таблиця 26. Результати підбору частинних емпіричних залежностей $Y_C=f(C)$

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове значення коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_i$	$\frac{0,1\bar{Y}}{\sigma_0}$
Експериментальні дані, табл. 6	$Y_C = 1,397 \cdot C^{-3,645403 \cdot 10^{-2}}$	1	0,0022 < 0,128	58,2
Скориговані дані, $Y_{СК.1..i}$, $A \approx \text{const}$, МП, табл. 11	$Y_C = 1,377 \cdot C^{-3,705719 \cdot 10^{-2}}$	1	0,0017 < 0,1261	74,2
Скориговані дані $Y_{СК.2..i}$, $A \approx \text{const}$, $B \approx \text{const}$, МП, табл. 19	$Y_C = 1,416 \cdot C^{-3,611325 \cdot 10^{-2}}$	0,999 1 > P > 0,99 9	0,002 < 0,1261	65
Скориговані дані $Y_{СК.4..i}$, $A \approx \text{const}$, МЯ, табл. 26	$Y_C = (1,189 - 1,207365\sqrt{C})^2$	0,8556 0,9 > P > 0,8	0,0684 < 0,13	1,82
Скориговані дані $Y_{СК.5..i}$, $A \approx \text{const}$, $B \approx \text{const}$, МЯ, табл. 30	$Y_C = 1,435 - 2,492754 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{C}$	0,8641 0,9 > P > 0,8	0,0598 < 0,128	2,14

Між скоригованими значеннями $Y_{СК.i}$ і $Y_{СК.5.i}$ та значеннями чинника C ймовірність існування кореляційної залежності менша за 0,9 ($0,1 < \alpha < 0,2$; $0,8 < P < 0,9$), тому ці залежності не розглядаються як можливі частинні емпіричні залежності.

За табл. 26 кращою емпіричною залежністю $Y_C=f(C)$ є залежність, яка має вигляд $Y_C = 1,377 \cdot C^{-3,705719 \cdot 10^{-2}}$, підібрана за скоригованими даними табл. 11, за якою коефіцієнт кореляції є найвищим, а відношення $0,1\bar{Y} / \sigma_0$ – найбільшим.

В табл. 27 наведено результати підбору частинних емпіричних залежностей між експериментальними та скоригованими значеннями Y і значеннями чинника D .

За табл. 27 кращою емпіричною залежністю $Y_C=f(D)$ є залежність, яка має вигляд:

$Y_D = 1,3805317 - 0,0004842 \cdot D + 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$, підібрана за експериментальними даними таблиці 6, за якою коефіцієнт кореляції рівний одиниці, а відношення $0,1\bar{Y} / \sigma_0$ – найбільшим.

Таблиця 27. Результати підбору частинних емпіричних залежностей $Y_D=f(D)$

Вхідні дані	Частинні емпіричні залежності	Вибіркове знач. коефіцієнта кореляції	Перевірка умови $\sigma_0 < 0,1\bar{Y}_i$	$\frac{0,1\bar{Y}}{\sigma_0}$
Експериментальні дані, табл. 6	$Y_D = 1,3805317 - 0,0004842 \cdot D + 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$7,475 \cdot 10^{-16} < 0,128$	$1,712 \cdot 10^{14}$
Скориговані дані, $Y_{СК.1.i}$, $A \approx \text{const}$, МП, табл.11	$Y_D = 1,3585702 - 0,0004811 \cdot D + 5,55863 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,57047 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$6,147 \cdot 10^{-15} < 0,1261$	$2,082 \cdot 10^{13}$
Скориговані дані $Y_{СК.2.i}$, $A \approx \text{const}$, $B \approx \text{const}$, МП, табл.19	$Y_D = 1,3971429 - 0,0004794 \cdot D + 5,53887 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,56513 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,269 \cdot 10^{-15} < 0,13$	$1,024 \cdot 10^{14}$
Скориговані дані $Y_{СК.3.i}$, $A \approx \text{const}$, $B \approx \text{const}$, $C \approx \text{const}$, МП, табл.23	$Y_D = 1,3279976 - 0,0004829 \cdot D + 5,57840 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,57581 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,72 \cdot 10^{-15} < 0,123$	$7,151 \cdot 10^{13}$
Скориговані дані, $Y_{СК.4.i}$, $A \approx \text{const}$, МЯ, табл.26	$Y_D = 0,8876679 + 0,0008085 \cdot D - 5,09557 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 + 1,00849 \cdot 10^{-10} \cdot D^3$	1	$1,748 \cdot 10^{-15} < 0,125$	$7,151 \cdot 10^{13}$
Скориговані дані $Y_{СК.5.i}$, $A \approx \text{const}$, $B \approx \text{const}$, МЯ, табл.30	$Y_D = 0,9256166 + 0,0007806 \cdot D - 4,57427 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 + 8,33154 \cdot 10^{-11} \cdot D^3$	1	$5,326 \cdot 10^{-15} < 0,128$	$2,403 \cdot 10^{13}$

Загальну багатофакторну емпіричну модель множинної регресії можна подати у вигляді добутку частинних емпіричних залежностей від кожного із незалежних факторів А, В, С і D – $Y = f(A) \cdot f(B) \cdot f(C) \cdot f(D)$, або у вигляді суми цих залежностей – $Y = f(A) + f(B) + f(C) + f(D)$.

Багатофакторна модель у вигляді добутку буде мати вигляд $Y = R_{CP} \cdot f(A) \cdot f(B) \cdot f(C) \cdot f(D) = 0,003345 \cdot A^{1,152168} \cdot (1,609 - 5,49884/B) \times 1,377 \cdot C^{-3,705719 \cdot 10^{-2}} \cdot (1,3805315 - 4,842 \cdot 10^{-4} \cdot D + 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D^3)$.

Значення R_{CP} визначається за формулою $R_{CP} = \frac{\sum_{i=1}^{16} R_i}{16}$.

Значення коефіцієнта R для кожного дослідження факторного експерименту визначається за формулою $R_i = \frac{Y_i}{f(A_i) \cdot f(B_i) \cdot f(C_i) \cdot f(D_i)}$.

Значення частинних емпіричних залежностей $Y_A = f(A)$, $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$ і $Y_D = f(D)$ наведено в табл. 28.

Таблиця 28. Частинні емпіричні залежності $Y_A = f(A)$, $Y_B = f(B)$, $Y_C = f(C)$ і $Y_D = f(D)$

A_i	82	133	188	285
Експериментальні значення $Y_{A,i}$	0,53	0,98	1,44	2,28
$Y_{A,i} = 0,003345 \cdot A_i^{1,152168}$	0,536	0,936	1,395	2,253
B_i	10	15	20	25
Скориговані значення $Y_{CK.L,i}$	1,034	1,322	1,31	1,3795
$Y_{B,i} = 1,609 - 5,48994 / B_i$	1,06	1,243	1,334	1,389
C_i	0,1	40	70	90
Скориговані значення $Y_{CK.L,i}$	1,5	1,2	1,175	1,168
$Y_{C,i} = 1,377 \cdot C_i^{-3,705719 \cdot 10^{-2}}$	1,5	1,2	1,176	1,1655
D_i	400	800	1700	2500
Експериментальні значення $Y_{D,i}$	1,266	1,2695	1,396	1,197
$Y_{D,i} = 1,3805317 - 0,0004842 \cdot D_i + 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D_i^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D_i^3$	1,266	1,2695	1,396	1,197

Приклад визначення значень коефіцієнта R наведено за результатами першого дослідження:

$$R_1 = \frac{Y_1}{f(A_1 = 82) \cdot f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400)} = \frac{0,4953}{0,536 \cdot 1,06 \cdot 1,5 \cdot 1,266} = \frac{0,4953}{1,0789} = 0,4620.$$

Значення коефіцієнтів R_i зведено в табл. 29.

Таблиця 29. Значення коефіцієнтів R_i

№експ.	1	2	3	4	5	6
R	0,462	0,5915	0,5870	0,3438	0,524	0,5455
№експ.	7	8	9	10	11	12
R	0,3721	0,6007	0,5344	0,4186	0,4579	0,5136
№експ.	13	14	15	16		
R	0,4851	0,5777	0,4452	0,4824		

Статистичні характеристики сукупності значень R_i : середнє значення $R_{CP} = 0,4963$; дисперсія $D = 0,006$; середнє квадратичне відхилення σ (СКВ) $= 0,0775$. Величина коефіцієнта варіації –

$$K_{BAP} = \frac{\sigma}{R_{CP}} \cdot 100\% = \frac{0,0775}{0,4963} \cdot 100\% = 15,6\%. \text{ Це значення знаходиться в}$$

інтервалі 10–33%, тобто сукупність однорідна і середнє значення 0,4963 є типовим рівнем ознаки цієї сукупності.

Обчислимо значення функції за формулою багатофакторної моделі (БФМ)

$$Y_i = R_{CP} \cdot f(A_i) \cdot f(B_i) \cdot f(C_i) \cdot f(D_i), \quad Y_1 = R_{CP} \cdot f(A_1 = 82) \times \\ \times f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400) = 0,4963 \cdot 1,0789 = 5354.$$

Вираз $f(A_1 = 82) \cdot f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400)$ – це знаменник формули

$$R_i = \frac{Y_i}{f(A_i = 82) \cdot f(B_i = 10) \cdot f(C_i = 0,1) \cdot f(D_i = 400)} = \\ = \frac{0,4953}{0,536 \cdot 1,06 \cdot 1,5 \cdot 1,266} = \frac{0,4953}{1,0789} = 0,4620.$$

Аналогічно визначаємо інші значення функції за формулою моделі.

Для визначення відносної похибки, яка визначається за формулою

$$P_i \% = \frac{Y_i - Y_{БФМ.i}}{Y_i} \cdot 100, \text{ в табл. 30 наведено матрицю факторного експе-}$$

рименту із значеннями Y_i і $Y_{БФМ.i}$.

Таблиця 30. Матриця факторного експерименту із значеннями Y_i і $Y_{БФМ.i}$.

№ досл.	A	B	C	D	Y_i	$Y_{БФМ.i}$	П%
1	82	10	0,1	400	0,4953	0,5354	-8,1
2	82	15	40	2500	0,5661	0,475	16,1
3	82	20	70	800	0,6266	0,5298	15,4
4	82	25	90	1700	0,4165	0,6012	-44,3
5	133	10	90	800	0,7692	0,7286	5,3
6	133	15	70	1700	1,042	0,9479	9,0
7	133	20	40	400	0,7059	0,9414	-33,4
8	133	25	0,1	2500	1,4022	1,1585	17,4
9	188	10	40	1700	1,3237	1,2294	7,1
10	188	15	0,1	800	1,3823	1,6387	-18,5
11	188	20	90	2500	1,1888	1,2885	-8,4
12	188	25	70	400	1,4817	1,4317	3,4
13	285	10	70	2500	1,6309	1,6685	-2,3
14	285	15	90	400	2,381	2,0508	13,9
15	285	20	0,1	1700	2,8019	3,1235	-11,5
16	285	25	40	800	2,3	2,3660	-2,9

Статистичні характеристики сукупності абсолютних значень похибки: середнє – 13,56%, дисперсія – 128,1838; СКВ – 11,3218, коефіцієнт варіації – 1,1979.

За табл. 30 для двох дослідів (4 і 7), відносна похибка значно відрізняється від похибок, обчислених за результатами інших дослідів. Причиною такої величини відносної похибки є значна випадкова похибка, допущена під час проведення факторного експерименту (сума похибок при фіксації результатів і процесу обробки на ЕОМ), тобто їх можна вважати артефактами.

Статистичні характеристики сукупності значень похибки без урахування можливих артефактів 44,3% і 33,4% : середнє – 9,95%, дисперсія – 30,9027; СКВ – 5,559.

При прийнятті рішення про неприйнятність артефактів використовуємо методику, наведену в [1]. Знаходимо різниці $44,3 - 9,95 = 34,35$ і $33,4 - 9,95 = 23,45$. За табл. 8 [1] при рівні значущості $\alpha = 0,05$ значення коефіцієнта $t - t = 2,215$, добуток $t \cdot \sigma = 2,215 \cdot 5,559 = 12,31$.

При $34,35 > 12,31$ і $23,45 > 12,31$ значення похибки 44,3% і 33,4%, з ймовірністю 0,95 можна вважати артефактами. Остаточні статистичні характеристики сукупності значень відносної похибки – **середнє – 9,95%, дисперсія – 30,9027; СКВ – 5,559.**

За вищенаведеними матеріалами встановлена емпірична багатофакторна модель множинної кореляції у вигляді добутку частинних емпіричних залежностей від незалежних вхідних факторів. Крім моделі, представленої у вигляді добутку, результати планованого факторного експерименту можна представити у вигляді суми частинних емпіричних залежностей від незалежних вхідних факторів.

Багатофакторна модель у вигляді суми частинних емпіричних залежностей буде мати вигляд

$$Y = K_{CP} \cdot [f(A) + f(B) + f(C) + f(D)] =$$

$$K_{CP} \cdot \left[0,003345 \cdot A^{1,152168} + (1,609 - 5,49884 / B) + 1,377 \cdot C^{-3,705719 \cdot 10^{-2}} + \right.$$

$$\left. + (1,3805315 - 4,842 \cdot 10^{-4} \cdot D + 5,57645 \cdot 10^{-7} \cdot D^2 - 1,5733 \cdot 10^{-10} \cdot D^3) \right].$$

Обчислюємо значення $K_1 - K_{16}$ за формулою

$$K_i = \frac{Y_i}{f(A_i) + f(B_i) + f(C_i) + f(D_i)}.$$

Приклад визначення значень коефіцієнта K наведено за результатами першого дослідів:

$$K_1 = \frac{Y_1}{f(A_1 = 82) + f(B_1 = 10) + f(C_1 = 0,1) + f(D_1 = 400)} =$$

$$= \frac{0,4953}{0,536 + 1,06 + 1,5 + 1,266} = \frac{0,4953}{4,362} = 0,1135.$$

Значення коефіцієнтів K_i зведено в табл. 31.

Таблиця 31. Значення коефіцієнтів K_i

№експ.	1	2	3	4	5	6
К	0,1135	0,13556	0,14519	0,09283	0,1736	0,2193
№експ.	7	8	9	10	11	12
К	0,149	0,2792	0,2621	0,2556	0,2335	0,2835
№експ.	13	14	15	16		
К	0,2868	0,4017	0,4322	0,3763		

Статистичні характеристики сукупності значень K_i : середнє значення $K_{CP} = 0,24$; дисперсія $D = 0,010588$; середнє квадратичне відхилення σ (СКВ) – $0,1029$. Величина коефіцієнта варіації –

$$K_{VAR} = \frac{\sigma}{R_{CP}} \cdot 100\% = \frac{0,1029}{0,24} \cdot 100\% = 42,9\%.$$

При $K_{VAR} > 33\%$ рівень неоднорідності сукупності значень K_i значний (високий). За такого рівня неоднорідності не можна вважати значення R_{CP} типовою ознакою (статистичною характеристикою) даної сукупності значень R_i . Дана сукупність не є однорідною, тобто багатofакторна емпірична модель множинної кореляції представлена у вигляді суми частинних емпіричних залежностей не може характеризувати результати планованого факторного експерименту.

Для підтвердження цього висновку обчислимо значення функції за формулою багатofакторної моделі (БФМ)

$$Y = K_{CP} \cdot [f(A) + f(B) + f(C) + f(D)], \quad Y_1 = R_{CP} \cdot f(A_1 = 82) \times \\ \times f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400) = 0,4963 \cdot 1,0789 = 5354.$$

Вираз $f(A_1 = 82) \cdot f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400)$ – це знаменник формули

$$R_i = \frac{Y_i}{f(A_1 = 82) \cdot f(B_1 = 10) \cdot f(C_1 = 0,1) \cdot f(D_1 = 400)} = \\ = \frac{0,4953}{0,536 \cdot 1,06 \cdot 1,5 \cdot 1,266} = \frac{0,4953}{1,0789} = 0,4620.$$

Аналогічно визначаємо інші значення функції за формулою моделі.

Для визначення відносної похибки за формулою

$$\Pi_i \% = \frac{Y_i - Y_{БФМ.i}}{Y_i} \cdot 100, \text{ в табл. 38 наведено матрицю факторного експерименту із значеннями } Y_i \text{ і } Y_{БФМ.i}.$$

Статистичні характеристики сукупності абсолютних значень відносної похибки: середнє $-44,04\%$, дисперсія – $1845,4693$; СКВ – $42,9589$.

$$K_{VAR} = \frac{\sigma}{R_{CP}} \cdot 100\% = \frac{42,9589}{44,04} \cdot 100\% = 97,5\%.$$

За цими статистичними характеристиками сукупність значень відносної похибки неоднорідна, тобто багатofакторна емпірична модель множинної кореляції представлена у вигляді суми частинних емпіричних залежностей не може характеризувати результати планованого факторного експерименту, що підтверджує висновок, зроблений за статистичними характеристиками сукупності значень K_i .

Таблиця 32. Матриця факторного експерименту із значеннями Y_i і $Y_{БФМ.i}$, визначеними за багатofакторною емпіричною моделлю множинної кореляції, яка представлена у вигляді суми частинних емпіричних залежностей

№ досл.	A	B	C	D	Y_i	$Y_{БФМ.i}$	П%
1	82	10	0,1	400	0,4953	1,0469	-111,4
2	82	15	40	2500	0,5661	1,00224	-77
3	82	20	70	800	0,6266	1,03572	-65,3
4	82	25	90	1700	0,4165	1,07676	-158,5
5	133	10	90	800	0,7692	1,06344	-38,3
6	133	15	70	1700	1,042	1,14024	-9,4
7	133	20	40	400	0,7059	1,13664	-61
8	133	25	0,1	2500	1,4022	1,20528	14
9	188	10	40	1700	1,3237	1,21224	8,4
10	188	15	0,1	800	1,3823	1,2978	6,1
11	188	20	90	2500	1,1888	1,22196	-2,8
12	188	25	70	400	1,4817	1,25424	15,3
13	285	10	70	2500	1,6309	1,36464	16,3
14	285	15	90	400	2,381	1,4226	40,2
15	285	20	0,1	1700	2,8019	1,55592	44,5
16	285	25	40	800	2,3	1,46676	36,2

Висновки

1. Запропоновано покрокову методику обробки результатів факторного експерименту з прикладом її використання.

2. Під час використання методики проведено перевірку двох методів обробки факторного експерименту М.М. Протодьяконова і Р.С. Яремійчука. За результатами перевірки кращим є метод, запропонований М.М. Протодьяконовим.

3. Цією методикою запропоновано два види багатofакторної емпіричної моделі множинної кореляції, одну з яких подано добутком частинних емпіричних залежностей, другу – сумою. Під час використання цих моделей встановлено, що результати обробки факторного експерименту потрібно подавати багатofакторною емпіричною моделлю, яка представлена добутком частинних емпіричних залежностей. Такий висновок підтверджено також обробкою результатів факторного експерименту, яку наведено у [4].

Література

1. Методика статистической обработки эмпирических данных. РТМ 44-62, 1966.
2. Протодьяконов М.М. Методика рационального планирования эксперимента. – М., 1970.
3. Яремийчук Р.С., Райхерт Л.А. Бурение стволов большого диаметра. – М.: Недра, 1966. – 174 с.
4. Стійкість і коливання бурильної колони / В.М.Мойсишин, Б.Д.Борисевич, Ю.Л.Гаврилів, С.А.Зінченко. – Івано-Франківськ: Лілея-НВ, 2013. – 590 с.
5. Програма «Визначення виду емпіричної залежності методом найменших квадратів» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org>.

Стаття надійшла до редакційної колегії 23.10.2020 р.

**METHOD OF PROCESSING RESULTS
OF FACTORY EXPERIMENT**

**V. M. Moisyshyn, M. V. Lyskanych, R. A. Zhovnuruk,
V. I. Vekeryk, Y. L. Gavryliv**

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;
15, Carpathianst., Ivano-Frankivsk, 76019;
tel. +380 (342) 72-71-31; e-mail: math@nung.edu.ua*

Two plans were used: classical and factorial (rational) during experimental research. Classical plan is used when the number of external independent factors is not more than two. Increasing number of external factors leads to using of rational experiment planning which allows to significantly reduce the number of combinations of these factors. For example, with four external factors that change at four levels according to the classical plan number of combinations $4^4=256$. Rational planning of the experiment reduces number of these combinations to 16. To process results of the factorial experiment using two methods proposed by M. M. Protodiakonov and R. S. Yaremiychuk. The article presents a step-by-step method of processing the results of a factorial experiment with an example of simultaneous use of these methods. Comparing the results of processing, the authors believe that the best results are obtained using the Protodiakonov's method. The authors tested two types of multifactorial empirical model of multiple correlation, one of which is given by the product of partial empirical dependences, the second – by the sum. Using these models there were found that the results of factor experiment processing should be represented by a multifactor empirical model, which is presented by the product of partial empirical dependences.

Key words: *classical experiment, factorial experiment, empirical correlation dependence, approximation, rational experiment planning, multiple correlation.*