

# Психологія

УДК 159.955+159.956

ББК 88.351

## ПСИХОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ АКТИВІЗАЦІЇ ТВОРЧОГО МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

**Л. А. Мойсеєнко**

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;  
76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;  
тел. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: [math@nung.edu.ua](mailto:math@nung.edu.ua)*

*Аналізуються психологічні аспекти активізації та оптимізації творчого мислення. Описані умови проведення тренінгу, спрямованого на мисленнєвий процес. Розглядаються психологічні засади впровадження творчого тренінгу для активізації творчого математичного мислення. Акцентується увага на необхідності активізації складових розв'язання творчих математичних задач: процесу розуміння, процесу прогнозування, процесу апробації. Обґрунтовується можливість позитивного впливу на якість творчого математичного мислення за допомогою тренінгової системи КАРУС та апробації задач серією спеціальних запитань.*

**Ключові слова:** *творче математичне мислення, процес розуміння, процес прогнозування, процес апробації, творчий тренінг, КАРУС.*

Протягом усього ХХ століття спостерігається збільшення ролі математики в розвитку практично всіх наук, вона фактично стала важливою складовою пізнання. Це зумовлює актуальність дослідження становлення математичного мислення різних вікових категорій, різних фахів та різних фахових рівнів. Адже, як свого часу зауважив німецький математик Г. Хассе: “Математика має свої “останні квартали Бетховена”, які існують тільки для знавців, але в ній існують і свої “шубертові наспіви”, доступні безпосередньо всім” [13, с. 229].

Тепер, коли математика стала методом практичної діяльності, актуальності набуває виховання вірних методологічних установок на заняттях із математики в початковій, середній та вищій школах. З іншого боку, наші дослідження дають нам підстави вважати, що саме творче математичне мислення включає в себе основоположні складники будь-якого іншого мислення, спрямованого на вирішення професійних, побутових, соціальних і т.п. проблем. Маємо на увазі його логічний, символічний, просторовий, інтуїтивний компоненти [10]. А звідси активізація

мисленневих процесів при вирішенні математичних проблем – це ще й активізація тих мисленневих складників, які беруть участь при вирішенні всяких інших проблем.

Аналіз пошукового математичного процесу свідчить, що значна частина людей не має навичок роботи з творчими нешаблонними задачами; не використовує широко діапазон власних математичних знань; не вміє правильно аналізувати умови задач; не активно продукує різні за змістом прогнози, гіпотези; не вбачає необхідності в детальній апробації мисленневих результатів; значною мірою прив'язується до відомих алгоритмічних дій; не зорієнтована на пошук оригінальних, нестандартних розв'язків. Це стало причиною того, що ми поставили собі завдання знайти шляхи оптимізації та активізації пошукового математичного процесу.

Проблема оптимізації й активізації творчого пошукового процесу може бути розв'язана за наявності відповідних засобів та прийомів. Про це свідчать наукові результати У.Д. Гордона [18], А.Ф. Осборна [21], П.Я. Гальперина [6], Г.С. Альтшуллера [2], Г.Я. Буша [3], В.О. Моляко [11], І.М. Семенова [15], А.Ф. Есаулова [17] та багатьох інших, які довели, що спеціальне тренування мислення покращує творчі інтелектуальні здібності. Психологія має у своєму арсеналі багато таких засобів. Деякі з них, як, наприклад, метод дискусій, відомі ще з часів Платона, інші (“мозковий штурм” А.Ф. Осборна, “синектика” У.Д. Гордона, “алгоритм розв'язання винахідницьких задач” Г.С. Альтшуллера, “гірлянди асоціацій” Г.Я. Буша, та багато інших) – створені науковцями ХХ століття. На сьогодні в літературі описано близько трьох десятків таких методик. Всі вони тим чи іншим чином здатні впливати на творчу активність людини, що теоретично обґрунтовано і емпірично перевірено їх розробниками.

Пошук шляхів удосконалення творчого процесу в математиці має свою давню історію, яку розпочали творці в галузі математики. Першими авторами евристичних ідей вважаються Евклід, Аполлоній і Арістотель, а більш-менш систематизовані ці ідеї були в роботах грецького математика Паппа (300 р. н. е.). В основу евристичних порад було покладено навчання прийомам аналізу та синтезу. Найбільш відомі спроби створити струнку евристичну систему проведені пізніше Р. Декартом, Г.В. Лейбніцом, Б. Больцано. Сучасна евристика також намагається осягнути процес розв'язання математичних проблем. Цьому присвячені роботи А. Пуанкаре [14], Г. Вейля [4], Д. Пойа [12], Ж. Адамара [1], М. Клайна [7] та інших. Важливо формувати такий суб'єктивний досвід розв'язання математичних проблем, що сприяв би пошуковій діяльності у випадку зіткнення з новою математичною проблемою. Мета даної статті проаналізувати психологічні засади процесу активізації творчого математичного мислення.

Аналіз наукових досліджень і публікацій. Науковці виділяють у творчому процесі те, чому можна навчити і те, чому не можна навчити. До першого відносять, наприклад, операційні компоненти творчого процесу в конкретній галузі, до інших – рефлексивну позицію суб'єкта від-

носно задачі, яку він розв'язує. Різні науковці по-різному підходять до розв'язання проблеми активізації й оптимізації пошукового мисленнєвого процесу. Зазвичай організовується вплив через 1) формування різних передумов творчості; 2) зовнішні фактори; 3) внутрішні фактори; 4) різні поєднання трьох попередніх факторів. До передумов творчості прийнято відносити загальний рівень розумового розвитку особистості; рівень знань у тій галузі, в якій здійснюється творчий акт; мотивація; ціль тощо (передумови творчості). Однак, активізувати творчий потенціал енциклопедичними знаннями не вдається. Більш того, людина може бути не дуже освіченою, але мати високий творчий потенціал. Про що свідчить велика кількість раціоналізаторських пропозицій, запропонованих робітниками різних виробництв, які не мали вищої освіти. До зовнішніх умов, що впливають на творчий процес, слід віднести соціально-психологічний клімат, комфорт умов розумової праці, можливість раціонального вибору інформації. До внутрішніх факторів належать деякі особистісні якості суб'єкта: не підпадати під конформізм і лояльно відноситись до змін; володіти самомотивацією, щоб самим себе підтримувати й знаходити задоволення у творчому процесі; не боятись ризику, невдач, що є невід'ємною частиною пошукової діяльності; терпимо відноситись до невизначеності.

На жаль, у багатьох випадках діяльність людей не супроводжується факторами, що стимулюють творчість. Наприклад, в більшості навчальних закладах основним змістом зовнішньої мотивації є: для студентів – отримати такі оцінки, при яких призначають стипендію; для викладачів – отримати зарплатню. Не припиняється належної уваги такій організації середовища педагогічного процесу, яка б сприяла, підтримувала й заохочувала до прояви творчості. Психологи акцентують увагу на значущості змісту мотиваційної сфери як джерела пошукового процесу, а отже, і можливості впливу через них на творчий процес з метою його активізації.

Ряд науковців підходять до розв'язання проблеми активізації мисленнєвої діяльності через удосконалення її структурної організації та якості прийомів мислення. Описані в літературі підходи сприяють покращанню організації мисленнєвих процесів загалом та активізації можливостей суб'єкта у розв'язанні творчих (проблемних) за своїх змістом задач. Вони формують системи прийомів організації мислення, що сприяють покращанню розуміння текстів завдань, продукуванню найрізноманітніших гіпотез, прогнозів та формують здатність суб'єкта самостійно, глибоко і всебічно їх перевіряти, а також доводити й обґрунтовувати рішення, що приймаються впродовж творчого мисленнєвого процесу. Проте зустрічаються методики підвищення творчого потенціалу, спрямовані на локальний вплив, які часто стимулюють застосування суб'єктом певної технології розв'язання нестандартного завдання. В таких випадках, адаптуючись до такої технології, особи, що розв'язують задачі, демонструють її застосування на вимогу, але при цьому їх дії є швидше відтворючими, ніж творчими.

Як уже підкреслювалось, процес розв'язання творчої задачі визначається продуктивністю функціонування алгоритмічних та евристичних прийомів. Алгоритми – це система операцій, яка забезпечує розв'язання певного, відомого суб'єкту класу задач. Вона може як сприяти, так і гальмувати пошуковий процес, спрямований на розв'язання нової задачі. Завданням прийомів, що активізують творче мислення, є “знешкодження” негативного впливу відомих суб'єкту алгоритмічних дій, перетворення їх на допоміжні конструкції, що можуть бути використані як у готовому вигляді, так і після певної адаптації. Тобто, будучи чітко регламентованими, алгоритмічні дії не повинні виступати на передній план пошукового процесу, але завжди бути “під рукою”.

Водночас, евристичні прийоми, що самі по собі не гарантують безпомилковості розв'язання, містять лише загальні вказівки. Вони лише можуть сприяти пошуку шляхів розв'язання нової проблеми. Тобто, людина, діючи в умовах невизначеності, отримує певну опору у вигляді евристичних прийомів. Ці евристичні прийоми і є основним змістом оптимізації творчого процесу за допомогою різних методик, що вже згадувались.

Відомі прийоми активізації пошукового процесу, з однієї сторони, стимулюють пізнавальні механізми людини, з іншої – стимулюють “особистісний вимір” розв'язання задач, тобто сприяють усвідомленню основ розв'язання, напрямку пошуку розв'язку [15, 19]. Оптимізація і активізація пошукового процесу може здійснюватись, опираючись на обидва компоненти цього процесу, через системне залучення суб'єкта в творчу діяльність, що стає можливим за умови спеціальної організації навчання особи певним умінням розв'язання творчих задач. Таке навчання можна проводити, організовуючи спеціальний тренінг.

Існують дві основні форми тренінгу: спрямованого на розвиток окремого вміння; спрямованого на набуття, поглиблення досвіду аналізу нових ситуацій. Стосовно творчих задач застосовують тренінг другої форми. Основна його мета, як влучно зазначив В.В. Чавчанідзе, “нарощувати щупальці” в якомога більшій кількості і в різноманітних напрямках, тобто сприяти продукуванню різноманітних ідей, їх якісному обстеженню й селекціонуванню [16].

Визначаючи творчий тренінг як один із методів підвищення компетентності людини у сфері творчого мислення мають, як правило, на увазі вирішення ряду завдань. По-перше – це сприяння покращанню орієнтації у контексті даного завдання та якісному діагностуванню задачі: віднесення її до певної категорії. Досвід показує, що в одних випадках вирішення за допомогою тренінгу проблеми діагностування задачі є лише первинною (підготовчою) стадією її розв'язання, в інших – тренінговий процес зводиться лише до надання допомоги в діагностуванні, після чого активно проводиться пошуковий процес. По-друге, тренінг покликаний підвищувати сприймання контексту нової задачі. Тобто, виявляти структурні елементи задачі і явно обумовлені взаємозв'язки між ними в якомога повнішому об'ємі. По-третє – з'ясовувати приховані зв'язки між

структурними елементами та їх наслідки. По-четверте – аналізувати і контролювати власні мисленнєві кроки через детальне обстеження наслідків, до яких ці кроки призводять. Крім того, тренінг творчого мисленнєвого процесу повинен також сприяти активізації неусвідомлених актів. І навіть у деяких випадках бажаним може бути збільшення неусвідомленої мисленнєвої діяльності за рахунок усвідомленої [5].

До завдань тренінгу мисленнєвого процесу належить сприяння поглибленому осмисленню сутності перешкод, труднощів, що характерні для проблемних ситуацій, та з'ясуванню умов і факторів, що допомагають їх обійти. В творчому тренінгу йдеться не стільки про отримання додаткової інформації у цьому напрямку, як про отримання інтелектуально-емоційного досвіду правильного всебічного оцінювання та подолання нової проблеми. Отже тренінг спрямовується не стільки на аналіз абстрактної ситуації, скільки на отримання особистістю власного досвіду подолання проблеми. Інформація про існування перешкоди, труднощів стає не привнесеною ззовні інструкцією-інформацією, а є особистісним надбанням, оскільки буде перепущена через власний досвід подолання мисленнєвих перешкод.

Отже, згідно сучасної наукової точки зору, творчий потенціал можна активізувати за допомогою тренінгу, умовами проведення якого є, в першу чергу, спеціально організоване середовище. Крім того, такий тренінг повинен формувати суб'єктивну уяву про творчий мисленнєвий продукт, створювати умови для пошуку творчого результату, організувати інтелектуально-емоційний досвід правильного всебічного оцінювання сутності проблеми та досвід її додання. Аналіз перспектив активізації творчого математичного мислення. Трактуючи процес розв'язання творчих математичних задач як одночасний перебіг трьох взаємопов'язаних, однаково значущих складових процесів: *розуміння задачі, формування гіпотези розв'язку, апробації математичних результатів* [10], очевидно вважати, що активізація процесу розв'язання суб'єктом нових математичних задач настає через активізацію цих трьох складових.

Таким чином, активізація пошукових математичних дій, насамперед, повинна опиратися на підсилення здатності *зрозуміти* математичну проблему, що, в свою чергу, означає покращання виявлення, збереження і застосування в подальшому інформації, що міститься у змісті задачі. Математична інформація, як відомо, закодована математичними термінами, формулами, геометричними та графічними образами, структурована так, що містить математичну проблему. Тому засоби впливу мусять, з одного боку, опиратись на певну необхідну суму математичних знань, з іншого – формувати живий інтерес до здобуття тієї математичної інформації, що описана й закодована змістом задачі.

Результатом розуміння задачі є створення осмисленого внутрішнього образу, що відповідає моделі проблемної ситуації, описаної задачею. Правильно сформований образ виявляє характерні особливості задачі, класифікує інформацію, розміщуючи у просторі і роблячи її наоч-

ною. Тому створення вдалого внутрішнього образу сприяє вдалому розв'язанню задачі, бо має в основі чітке уявлення про її умови й вимоги, з'ясовує, якої інформації не вистачає, а яка є суперечливою. Це забезпечує побудову пошукових дій, спрямованих на те, щоб задовольнити вимоги.

У зв'язку з цим важливо сприяти формуванню різних інтерпретацій задачі і якісному відбору з них найбільш удакої, тобто такої, що містить всю релевантну інформацію і виявляє зв'язки між окремими її складовими. До методів різного подавання задачі, що описані в літературі, належать: запис задачі; побудова графіків, схем, діаграм, матриць, таблиць; зображення ієрархічної залежності; використання моделей тощо [16]. Це запобігає переобтяженню короткочасної пам'яті, розташуванню й акцентуванню за значущістю структурних елементів (коли дані задачі взаємозалежні), розбиттю даних за категоріями для подальшого аналогізування тощо.

Як відомо, процес пошуку розв'язку творчих математичних задач – це значною мірою процес висування й перевірки гіпотез – *процес формування гіпотези розв'язку*. Цей процес може мати хаотичний, або впорядкований характер. Дослідники процесу розв'язання творчих задач вказують на важливість вміння будувати план для пошуку й відбору рішень [12]. Тому через активізацію побудови планів розв'язання, продукування гіпотез, що їм підпорядковані, можна впливати на пошуковий процес, спрямований на розв'язання творчих математичних задач. Головне в цьому – вироблення звички планувати стратегію прийняття рішення. Варто зауважити, що більшість порад, пов'язаних з вдосконаленням навичок розв'язання творчих задач, тією чи іншою мірою опираються на організацію планування. Більш того, в даний час існують численні комп'ютерні програми, що пропонують готові плани розв'язання задач, у тому числі таких, що проголошують підвищення у користувачів навичок розв'язання творчих задач після їх використання. Проте такі новації ще недостатньо досліджені науковцями, щоб беззастережно підтвердити їх ефективність.

Найбільш дослідженими у психології є різноманітні евристичні прийоми, поради (іноді в літературі їх називають стратегіями) для розв'язання задач, про які вже йшлося. Їх можна розглядати як способи планування розв'язання. Але планування пошуку розв'язку, як і прогнозування в цілому, передбачає відбір кращого з можливого, із виявленого (елемента, гіпотези, плану тощо), тобто *процес апробації*. Звісно, що якість, оптимальність апробаційних дій має свій відбиток на пошуковому процесі. Тому активізація процесу розв'язання творчих математичних задач – це ще й активізація й оптимізація процесу апробації математичних результатів.

У літературі рідко описуються прийоми, що стимулюють апробацію математичних дій. Вони більшою мірою стосуються методичного аспекту. Однак, апробаційний процес – повноцінна складова процесу розв'язання творчих математичних задач. Він дає змогу виявити хибні

мисленнєві результати, що мають психічні засади. Тому, на нашу думку, оптимізація цього процесу може сприяти уникненню численних помилок, або виявленню їх на більш ранньому етапі розв'язання. Якісна апробація тих гіпотез, планів, що продукуються в процесі розв'язання, сприяє виявленню оригінального, більш якісного розв'язку. Таким чином, враховуючи значущість всіх трьох складових творчого математичного процесу для активізації останнього, необхідно мати засоби впливу на всі його складові.

З іншого боку, математичне мислення містить щонайменше три грані: когнітивну, процесуальну, особистісно-регулятивну, тому впливати на його перебіг можна, по-перше, навчаючи різних мисленнєвих прийомів та формуючи навички їх використання. По-друге, оскільки складові самі структуровані за допомогою мікроетапів, то активізація пошукового математичного процесу – це комплексний вплив на складові мисленнєві дії, що мають місце на мікроетапах.

У кожного суб'єкта формується своє уявлення, що відповідає тій інформації, яку містить задача (своя модель проблемної ситуації), продукується свій план виходу з проблемної ситуації, свої методи перевірки достовірності отриманих результатів. Тому, по-третє, необхідно активізувати саме індивідуально значущі елементи пошукового процесу. У цьому сенсі, стосовно творчих математичних задач, суттєвим стає оптимізація процесу формалізації проблемної математичної ситуації через математичні символи; диференційована активізація числового, символічного чи просторового компонента; формування навичок оперування логічними прийомами, активізація дії неявного знання та потоку суб'єктивних здогадок. Усе це в певному поєднанні утворює інтегральну сутність кожного індивідуального творчого математичного стилю, воно може стати підґрунтям для індивідуального втручання в пошуковий процес у ході тренінгового навчання з метою покращання його результативності.

Сучасна психологія має в своєму арсеналі численні засоби стимулювання творчого мислення, що більшою чи меншою мірою сприяють активізації й оптимізації тієї чи іншої сторони пошукового процесу. Як приклад можна розглянути систему КАРУС [11]. Аналіз творчої діяльності в техніці дав змогу авторів В.О. Моляко створити навчально-тренінгову систему КАРУС, що є системою впливу на творчу діяльність суб'єкта через стимулювання окремих циклів творчого розв'язання задачі [8, 11]. Цей тренінг протягом останніх років підтвердив свою ефективність як спеціальний метод формування творчого мислення, пройшовши практичну апробацію при дослідженні творчого мислення школярів, студентів, а також при застосуванні в різних галузях науки і техніки.

У стислому вигляді ця система складається із ввідних інструкцій; інструкцій та задач для комбінування, пошуку аналогів, реконструювання; інструкцій та задач для застосування ускладнюючих умов розв'язання задач; інструкцій та задач для організації творчих ігор. Важливими психологічними характеристиками системи КАРУС є її

обов'язкове орієнтування на навчання із застосуванням ускладнених умов. Це досягається через спеціальні прийоми: інформаційне обмеження, інформаційне перевантаження, раптові заборони, вимоги пошуку нових варіантів розв'язку, швидкісне ескізування, ситуативне драматизування.

Дана система допускає різні модифікації, може використовуватись в повному обсязі чи фрагментарно. Демонстрування особі крайніх наслідків, до яких може призвести проміжна гіпотеза, розв'язок загострює її відповідальність за якість мисленнєвої продукції, доводить їй необхідність детальної апробації отриманих результатів. Відмітимо, що будь-яке ускладнення може зустрічатися впродовж тренінгу у різних задачах і на різних етапах їх розв'язання. Часто такі ускладнення необхідно комбінувати у процесі роботи над однією і тією ж задачею.

Аналіз численних застосувань творчого тренінгу КАРУС є свідченням того, що його результатом є активізація й оптимізація логічних дій та збільшення кількості інтуїтивно здобутих результатів [11]. Саме тому ми покладаємо надію на модифікований нами творчий тренінг як на засіб позитивного впливу на логічну та інтуїтивну складові творчого математичного мислення.

Впровадження такої тренінгової системи передбачає перебудову ставлення до творчої задачі: виникнення нешаблонних підходів до розв'язання складних математичних завдань, вільного орієнтування в нових умовах, критичного ставлення до змісту задачі і власних пошукових результатів, продукування різних ідей і вільного варіювання ними. Зрозуміло, що такий вплив проявлятиметься через зміст всіх складових процесу розв'язання творчих математичних задач (процесів розуміння, прогнозування, апробації). Показником цього може бути якість найбільш значущих мисленнєвих операцій, кількість і якість правильних розв'язків, активізація та взаємоузгодженість числового, символічного, просторового, логічного, інтуїтивного компонентів математичного мислення, прагнення розв'язуючого до пошуку нестандартних, оригінальних розв'язків.

Поряд з цим у психології з'ясовано, що спеціальні запитання сприяють активізації мисленнєвих дій і тих, хто їх задає, і тих, хто на них відповідає. Особливо важливе значення при цьому мають запитання, що стосуються суті справи. Вони стають рушійною силою інтелектуальних дій. При цьому вміння ставити запитання є складним умінням, якого варто навчати учнів, студентів тощо [9]. А. Кінг провела ряд досліджень, результати яких переконливо свідчать про немалу користь для студентів упровадження методу взаємних запитань і відповідей [20]. Цей метод полягає в тому, що студенти задають продумані запитання, на які потім по черзі відповідають. При цьому з'ясувалось, що вони запам'ятовують і розуміють лекційний матеріал значно легше, ніж ті студенти, що не були охоплені таким "запитальним" тренінгом. Автор розробила серію запитань, які можна задавати, видозмінивши їх відповідно до ситуації. Вона виявила, що, коли студентам удається засвоїти техніку використання та-



ких запитань, вони задають їх спонтанно в різноманітних ситуаціях, і не лише в навчальному процесі.

Маючи свідчення впливу серії спеціальних запитань на процес розуміння інформації, ми вважаємо, що такі запитання будуть здійснювати позитивний вплив на процес розв'язання творчих математичних задач. Зауважимо, що задачі, які більшою мірою пов'язані з математичними формулами, часто гальмують вербалізацію будь-якого запитання. Тому, враховуючи активізуючу роль формулювання запитань для мисленнєвого процесу, ми дійшли висновку, що необхідно формувати звичку задавати більш складні, глибші запитання, бо в основі умінь задавати такі запитання лежить глибокий аналіз різнопланової інформації, що може сприяти активізації мисленнєвих кроків і оптимізації пошукових дій.

Апробація задачі серією таких запитань впливає на весь хід її розв'язання (на всі його процеси): актуалізовує знання, вміння, навички; активізовує мисленнєві операції і сприяє їх результативності на всіх етапах розв'язання; підсилює мотиваційний аспект мисленнєвих кроків та інші складники особистісного компонента пошукового процесу. Саме тому, на нашу думку, важливо долучати їх творчого процесу діяльності людини в будь-якій галузі як внутрішні психологічні умови стимуляції її пошукових дій.

Варто наголосити ще на одній стороні передбачуваного впливу “запитального” тренінгового навчання. Як вже зазначалось, творче математичне мислення здійснюється на основі числового, символного чи просторового компоненту, а його ефективність збільшується, коли особи, які беруть участь в експерименті, вільно оперують всіма цими складовими. Тобто математичний об'єкт, подано у вигляді символу, інтерпретують числовою характеристикою чи просторовою ілюстрацією; а числову оцінку переводять у символний чи просторовий математичний об'єкт тощо. Впровадження тренінгу передбачає вплив на такі складові. Це, на нашу думку, забезпечували спеціальні запитання та деякі ускладнюючі вимоги, що хоч і створювали складнощі в процесах розуміння, формування гіпотези розв'язку, апробації результатів, проте й спонукали до більш детального обстеження змісту задачі, активнішого прогнозування, якіснішого апробування отриманих результатів.

Тренінгове навчання проводилось у процесі розв'язання серії математичних задач. Кожен учасник розв'язував кілька задач у спеціально створеному режимі у тісній співпраці з експериментатором. Після ознайомлення з першою задачею цієї серії студентові задавалось кілька запитань за змістом задачі. Ще кілька запитань студент отримував у процесі розв'язування задачі. При цьому експериментатор намагався апробувати якомога більшу частину таких запитань. У ході розв'язання наступних задач до формулювання запитань щодо змісту задачі долучались студенти, а процес розв'язання останніх задач супроводжувався вимогою сформулювати й відповісти на кілька запитань згідно з запропонованими взірцями. Для з'ясування характеру впливу організованого нами творчого тренінгу на пошуковий математичний процес ми порівнювали процес

розв'язання контрольної задачі студентами, що приймали участь у тренінгу й у контрольній групі. Умовами виконання студентами контрольної задачі була самостійна пошукова активність на всіх етапах розв'язання, довільний час виконання, припинення роботи за бажанням студента. Спостереження за роботою кожного велось індивідуально.

Аналіз експериментального дослідження активізації складових процесів творчого математичного мислення.

В ході експерименту було відмічено значну активізацію розумової діяльності практично кожної особи протягом усіх етапів розв'язання задач. Спеціально створені умови примушували студентів глибше вивчати зміст задач, активніше висувати гіпотези, детальніше апробувати математичні результати. Відсутність природної активності компенсувалась впливом з боку експериментатора за допомогою згаданих вище методів. Творчий тренінг був спрямований на активізацію та розвиток базових компонентів пошукового процесу студентів ВНЗ. Активізуючі впливи на когнітивний компонент проводились через запитання, що забезпечували активізацію наявних знань та навичок. Проте, дослідженням було з'ясовано, що труднощі, які відчували студенти, були в основному пов'язані не з недостатчею знань та навичок, а з невмінням ними послуговуватися, оперувати ними.

Підвищення рівня розвитку операційного компоненту в процесі тренінгу полягало у навчанні учасників використовувати знання та досвід розв'язання математичних задач в ускладнених умовах: сприяти всебічному аналізу умови задачі; активізувати прогнозування, забезпечити відмову від стереотипів; формувати готовність апробувати математичні результати. Цьому сприяють також запитання, що безпосередньо спрямовані на актуалізацію основних мисленневих операцій: аналіз, синтез, порівняння тощо та активізацію прогнозування.

Вплив на особистісно-регулятивний компонент (мотиваційну сферу особистості, її мисленнєві стилі), у впровадженому нами тренінгу забезпечувався, в першу чергу, досвідом успішного розв'язання суб'єктом різних типів творчих математичних задач. Це формує позитивну мотивацію, інтерес до даної діяльності. А з досвідом розв'язання задач у штучно ускладнених умовах пов'язана більша гнучкість мислення як здатність змінювати неефективний напрям пошуку та відмовлятися від відомих алгоритмічних прийомів на користь набутих евристичних навичок.

Крім того, ретельне обстеження умови задачі глибинними різноплановими запитаннями сприяє активізації числового, символічного та просторового компонентів математичного мислення, оптимізації логічної складової й активізації інтуїтивних знахідок у пошуковому математичному процесі.

Загальна картина пошукового процесу студентів, що приймали участь у тренінговому навчанні, була такою. Процес розв'язання математичних задач під дією вказаних умов розгортається, в першу чергу, як процес їх переформулювання студентами на "свою" мову з опорою на

попередні знання. В ході такого переформулювання студенти отримують нові факти для аналізу, використовують нові поняття і, як результат, висувують нові гіпотези. Часто переформулювання спричинювалось певною вимогою, яке висував експериментатор, або запитанням, яке формулювалось експериментатором чи самим учасником експерименту. Саме це ставало причиною нового аналізу умови задачі (аналізу під іншим кутом зору), нового зіставлення відомого й невідомого. Тобто під дією таких вимушених переформулювань у процес мислення включаються все нові й нові дані, що вело до глибшого розуміння завдання. Неправильне чи поверхневе розуміння частини умови долалось контрумовами, які штучно створював експериментатор, чи провокаційними запитаннями з боку експериментатора, або тими, які склали досліджувані на його вимогу за відомими шаблонами.

Розв'язання будь-якої задачі – це ще й збагачення особистісної системи знань учасників експерименту тією інформацією, яка міститься в задачі і здобувається додатково в процесі її розв'язання. Така інформація, як відомо, закодована у математичних поняттях, а творчий тренінг сприяє більш активному й різноплановому її “розкодуванню”. Ми спостерігали, що студенти експериментальної групи під різні математичні поняття значно частіше підводили різноманітні математичні об'єкти (звісно, із певними застереженнями). Статистична достовірність цього факту підтверджена на основі  $Q$  – критерію Розенбаума за допомогою двох вибірок по 20 учасників експериментальної й контрольної груп.

При табличному значенні  $Q_{ед.} = \begin{cases} 7, p \leq 0,05 \\ 9, p \leq 0,01 \end{cases}$  ми отримали  $Q_{аені.} = 12$ .

Оскільки  $Q_{аені.} > Q_{ед.}$ , то відмінність між кількістю об'єктів, що підводились під конкретне поняття у студентів із експериментальної і контрольної груп, достовірна із достатньо високим рівнем значущості ( $p < 0,01$ ). Тобто, наявні знання актуалізуються “у глибину”, віднаходяться такі ознаки та умови, що дають змогу підвести під конкретне математичне поняття об'єкти, що на перший погляд не належать до нього. Все це є свідченням настання глибшого розуміння умови задачі.

Усе ж успішність у розв'язанні нових математичних задач, за наявності відповідних базових знань, більшою мірою, як вже зазначалося, пов'язана з умінням оперувати такими знаннями, тобто, з операційним компонентом пошукового процесу. Результатом зміни операційного компоненту, в першу чергу, є якість мисленневих операцій. Це виражається в глибшому аналізі змісту задачі. Можна стверджувати, що після тренінгового навчання студенти глибше вивчають зв'язки між структурними елементами, між структурними елементами та існуючими теоретичними фактами; якісно диференціюють виявлені властивості на загальні й поодинокі. Крім того, виокремленні складові елементи часто розглядають у кількох рівнях: як дрібну окрему структурну одиницю і як складову певного математичного об'єкта.

Очевидно, що глибший аналіз структурних складових задачі досягається в тому випадку, коли їх вивчають у найрізноманітніших новоутвореннях, тобто включаючи їх у різноманітні взаємозв'язки в якості складових математичних об'єктів. Ми взяли цю характеристику (кількість виявлених взаємозв'язків певних елементів з іншими структурними елементами, що присутні в задачі) за якісну ознаку пошукового математичного процесу. Було проведено статистичне оцінювання пошукових дій студентів двох груп (двох вибірок по 20 осіб) із тих піддослідних, що приймали участь у тренінговому навчанні і з контрольної групи. Оцінювання проводилося за вказаною факторною ознакою і на основі Q-

критерію. Ми отримали  $Q_{\text{дв.г.}} = 11$ , при  $Q_{\text{ед.г.}} = \begin{cases} 7, p \leq 0,05 \\ 9, p \leq 0,001 \end{cases}$ , що свідчить

про суттєву відмінність (із рівнем значущості  $p < 0,01$ ) пошукового процесу двох вибраних груп за виділеною факторною ознакою.

Детальний аналіз структурних елементів проводиться студентами і за допомогою різнопланового порівняння. Йдеться про якісну зміну процедури порівняння, що мала місце після тренінгового навчання, у процесі розуміння умови задачі; порівняння, спрямованого на відбір необхідних елементів чи теоретичних фактів для реалізації гіпотези розв'язку; порівняння-апробацію отриманого результату з умовою та вимогою задачі.

Формуючи гіпотезу розв'язку, учасники експериментальної групи демонстрували більшу варіативність гіпотез, значно глибший зміст цих гіпотез, що скеровувалися, як відомо, мисленневими стратегіями. Сформоване вміння працювати над новим матеріалом стало застережним засобом для прийняття неправильних рішень. Порівняно із студентами контрольної групи, студенти експериментальної групи значно рідше припускались помилок, пов'язаних із проведенням неповного порівняння, встановленням хибних причин, застосуванням нерелевантних посилок і висновків у процесі розробки гіпотез. Вони практично не демонстрували "ходіння колами", що не раз спостерігалось у ході при формування гіпотези розв'язку у студентів контрольної групи.

Активізовувався й оптимізувався й процес апробації. Частота, значущість апробаційних дій значно збільшувалась в учасників експериментальної групи (8-12 проти 1-3 у контрольній групі при розв'язанні контрольних задач). При цьому ще більш змінилась якість апробаційних дій, про що свідчить той факт, що такі студенти відразу відкидають виниклі у них нерелевантні посилення й висновки. Ознакою пошукової діяльності стало вчасне виявлення (навіть бажання виявити) мисленнєві пастки і вчасне коригування пошукових дій з метою уникнення необгрунтованих висновків.

Крім того, на етапі перевірки математичних результатів студенти досягають суб'єктивної впевненості у правильності розв'язку. Однак, важливо, щоб така впевненість не наставала передчасно і не набувала викривлення, перетворюючись у самовпевненість, що ми нерідко спостерігали у контрольній групі. На противагу цьому студенти з експери-

ментальної групи, маючи досвід апробування отриманого математичного результату контрприкладми та в ускладнених умовах, який набули впродовж тренінгового навчання, вираженіше відносились до результатів своєї математичної діяльності.

Таким чином, аналіз проведеного дослідження дає підстави стверджувати, що використаний у нашому дослідженні модифікований творчий тренінг сприяє оптимізації творчого математичного процесу і веде до позитивних змін всіх його базових компонентів; підсилює сильні сторони пошукового процесу й нейтралізує слабші; оптимізує всі його складові процеси (розуміння, формування гіпотези розв'язку, апробацію).

**Висновки.** Аналіз проведеного дослідження дає підстави стверджувати, що використаний у нашому дослідженні модифікований творчий тренінг сприяє оптимізації творчого математичного процесу і веде до позитивних змін всіх його базових компонентів; підсилює сильні сторони математичного пошукового процесу й нейтралізує слабші; оптимізує всі його складові процеси (розуміння, формування гіпотези розв'язку, апробацію). Крім того, оптимізація процесу розв'язання творчих мисленнєвих задач сприяє оптимізації творчої діяльності в будь-якій галузі науки, тому пошук та впровадження таких засобів може сприяти як поліпшенню пошукової діяльності суб'єкта взагалі, так і в конкретній галузі науки.

### *Література*

1. Адамар Ж. Исследования психологии процесса изобретения в области математики / Ж.Адамар. – М.: Соврадио, 1970. – 152 с.
2. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач / Г.С.Альтшуллер. – Новосибирск: Наука, 1986. – 206с.
3. Буш Г.Я. Основы эвристики для изобретателей / Г.Я.Буш. – Рига: Знание, 1977. – 95 с.
4. Вейль Г. Математическое мышление / Г.Вейль. – М.: Наука, 1989. – 400с.
5. Вертгеймер М. Продуктивное мышление / М.Вертгеймер. – М.: Прогресс, 1987. – 336 с.
6. Гальперин П.Я. Общий взгляд на ученье о так называемом поэтапном формировании умственных действий, представлений и понятий / П.Я.Гальперин // Вестн. Моск. Ун-та. – Сер. №14. – Психология. – 1998. – №2. – С. 3-8.
7. Клайн М. Математика. Поиск истины / М.Клайн. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
8. Коваленко А.Б. Психология розуміння / А.Б.Коваленко. – Київ: Геропринт, 1999. – 184 с.
9. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психологічний розвиток особистості / Г.С. Костюк. – К.: Радянська школа, 1989. – 108 с.
10. Мойсеєнко Л.А. Психологія творчого математичного мислення / Л.А.Мойсеєнко. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 481 с.

11. Моляко В.А. Психологическая система творческого тренинга “КАРУС” / В.А. Моляко. – К.: Знание, 1996. – 44 с.
12. Пойа Д. Математическое открытие / Д.Пойа. – М.: Наука. – 1976. – 336с.
13. Про математику і математиків. – К.: Рад.школа, 1981. – 254 с.
14. Пуанкаре А. О науке / А.Пуанкаре. – М.: Наука, 1990. – 735 с.
15. Семенов И.Н. Проблемы рефлексивной психологии решения творческих задач / И.Н.Семенов. – М.: НИОПП АПН СССР, 1990. – 215 с.
16. Чавчанидзе В.В. Проблемы управления интеллектуальной деятельностью. Психозвристическое программирование / В.В.Чавчанидзе. – Тбилиси: Мецниереба, 1974 – 167 с.
17. Эсаулов А.Ф. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов / А.Ф.Эсаулов. – М.: Высшая школа, 1982. – 223 с.
18. Gordon W. Metaphor and invention / W.Gordon // The creativity Questions. Durham, NC: Duke University Press. – 1976.
19. Kahneman D. Prospect theory: An analysis of decision under risk / D.Kahneman, A.Tversky // Econometrica. – 1979. – №47. – 263-291 p.
20. King A. Inquiring minds really do want to know: using questioning to teach critical thinking. Psychologists teach critical thinking [Special issue] / A. King // Teaching of Psychology. – 1995. – P. 13-17.
21. Osborn A.F. Applied imagination. Principles and procedures of creative problem solving / A.F. Osborn. – New York: Scribner's. – 1963.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 14.12.2010 р.  
Рекомендовано до друку докт. асидол. наук, професором Карпенко З.С.*

## PSYCHOLOGICAL ASPECTS OF ACTIVATION OF CREATIVE MATHEMATICAL THOUGHT

**L. A. Moiseienko**

*Ivano-Frankivs'k National Technical University of Oil and Gas;  
76019, Ivano-Frankivs'k, st. Carpats'ka, 15;  
ph. +380 (3422) 4-21-23; e-mail: [math@nung.edu.ua](mailto:math@nung.edu.ua)*

*The psychological aspects of activation and optimization of creative thought are analysed. Described terms of conducting of training directed on a thought process. The psychological bases of introduction of the creative training for activation of creative mathematical thought are examined. Attention on the necessity of activation of constituents of decision of creative mathematical tasks is accented: process of understanding, process of prognostication, process of approbation. Possibility of positive influence on quality of creative mathematical thought by the treningovoi system CAROUS and approbation of tasks by the series of the special questions are mentioned.*

**Key words:** *creative mathematical thought, process of understanding, process of prognostication, process of approbation, creative training, CAROUS.*