

## ФОРМУВАННЯ МИСЛЕННЯ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

**Л. А. Мойсеєнко, Л. М. Шегда**

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу;  
76019 м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15;  
тел. +380 (3422) 72-71-31; e-mail: [math@nung.edu.ua](mailto:math@nung.edu.ua)*

*У статті автори обґрунтовують актуальність вивчення математики для активізації творчого потенціалу майбутніх спеціалістів у технічній галузі, які повинні забезпечувати інноваційний розвиток суспільства, обґрунтовують можливість формування мислення студента, який навчається інженерної справи, через формування якісного математичного мислення, розглядають питання сутності математичного мислення та виокремлюють його сутнісні складники, які є частиною складників мислення інженера. Виділено три процеси математичного мислення, спрямованого на розв'язання математичної проблеми: процес розуміння, процес прогнозування, процес апробації, через вплив на які можна досягнути якісного мислення майбутнього спеціаліста, що розв'язуватиме нові технічні завдання.*

**Ключові слова:** *математичне мислення, технічне мислення, логічний компонент, інтуїтивний компонент, символічний компонент, числовий компонент, просторовий компонент.*

Тепер, коли математика стала методом практичної діяльності, актуальності набуває виховання правильних методологічних установок на заняттях із математики в початковій, середній та вищій школах. Сучасний російський математик Б.В. Гнеденко зазначав, що потрібно виховувати не стандартне мислення, а саму живу думку, яка вічно шукає й утворює інтелектуальні цінності, що відкривають нові можливості до виробництва матеріальних цінностей. Адаже жива думка потрібна не лише для вдосконалення наукових знань, пошуку нових методів роботи, але і в практичному житті [4]. Американський математик, «батько кібернетики» Н. Вінер підкреслював: «Математика – наука молодих. Інакше й не може бути. Заняття математикою – це така гімнастика розуму, для якої потрібні вся гнучкість і вся витривалість молодості» [3, с.37].

У своєму генезисі математика являє собою продукт особливого виду наукового пізнання дійсності, результат її специфічного відображення. Математика відкриває природу не так, як це робить, наприклад, мистецтво, не в матеріалі природи (фарби, звуки і т. п.), а за допомогою своїх абстракцій: чисел, величин, функцій, геометричних фігур і т. п. Математика як метод пізнання фізичного світу володіє винятковою потужніс-

тю та ефективністю. Математиці вдалося внести поправки в те, що можна було називати ілюзіями, відкривати фізичні явища, які повністю не сприймала людина. Математичний результат володіє тією властивістю, що його можна застосовувати не лише при вивченні якогось певного явища чи процесу, а можна використати й у багатьох інших, фізична природа яких принципово відрізняється від тих, які раніше розглядали. «Хоч математика є суто людським творінням, вона відкрила нам доступ до деяких таємниць природи, чим дозволила досягти успіхів, що перевершили всі сподівання. Хоч як це парадоксально, але саме такі віддалені від реальності математичні абстракції дали людині можливість досягти чимало... Для тямущого науковця математичний опис завжди був невичерпним джерелом здивування, породженого тим, що природа виявляє таку високу міру відповідності математичним формулам» [5, с.255]. Тож математика є відносно самостійним соціальним і культурним феноменом.

Математизація знань – це природний процес, що дозволяє, зокрема, заощаджувати різні ресурси, потрібні для розв'язання проблем, що виникають. Загально визнаним є той факт, що математика – це значно більше, ніж просто наука, бо вона є мовою різних наук. Вона стала не лише знаряддям кількісних розрахунків, як було при її зародженні, але й, як зауважує відомий сучасний математик Б. В. Гнеденко, «...методом точного дослідження і формулюванням понять і завдань» [4, с.3].

Процес навчання в технічному виші передбачає опанування великим обсягом математичних знань та формування у студентів умінь і навичок послуговуватися ними при розв'язанні технічних завдань. Саме тому з нашого погляду актуальним є формування математичного мислення студентів технічного вишу як майбутніх спеціалістів, що залучатимуть його до розв'язання професійних завдань. По-перше, це вивчення дає змогу з'ясувати сутність мислення вже досить високого рівня (студенти опанували елементарну математику, вивчили або вивчають значний обсяг вищої математики). По-друге, це контингент осіб, що навчається, тому їх математичне мислення можна піддати певній корекції. А тому предметом обговорення в цій статті є з'ясування сутності математичного мислення, тих його структурних компонентів, які є спільними у мисленні людини, що займається іншими видами мисленнєвої діяльності.

Математичне мислення як основа мислення майбутнього інженера. Розгляд будь-якого явища можливий тоді, коли його вдається вичленити з навколишнього середовища. Діяльнісний підхід до вивчення математики передбачає можливість відрізнити математичну діяльність від подібних до неї за зовнішніми ознаками. Норми математики зафіксовано в категоріальних принципах і логічних нормах. Категорії – це система очевидностей, що лежить в основі визначення предмета, вони обмежують зміст уявлень. Логічні норми – це обмеження на структуру понять та їхні зв'язки. Елементарні математичні структури – це не продукт уза-

гальнення досвіду, а система уявлень, що відносяться до форми знання, яка передує досвідові і має принципово інше джерело свого походження. Вихідні математичні ідеалізації відрізняються від фізичних абстракцій лише тим, що вони відносяться не до світу досвіду, а до світу відношень, що проявляються через діяльність. Вони відображають категоріальні підрозділи і мають ніяк не менший стосунок до реальності, ніж закони фізики [2]. Це дає підстави вичленити основні особливості математичної діяльності (рис.1).



Рис.1. Основні особливості математичної діяльності

Формалізація – це перша визначальна особливість математики. Кожна природнича наука визначається матеріальною специфікою свого предмета, реальними рисами тієї частини дійсності, яку вивчає. До речі, саме так визначає свій предмет і будь-яка технічна наука. Явищ природи, які б були об'єктом вивчення математики, але не відносились до явищ фізичних, хімічних, біологічних, соціальних і т.п., не існує. Один і той самий предмет можна досліджувати різними методами, зокрема і математичними, але, змінюючи методи, ми завжди залишаємося в межах цієї природничої науки, бо для неї реальний предмет, а не метод дослідження становить основну специфічну рису. Визначальною ж ознакою будь-якої математичної дисципліни завжди є певний формальний математичний метод, що поширюється на різні матеріальні системи, а тому має різні практичні застосування. Формальні структурні властивості (кількісні співвідношення і просторові форми), в яких існують певні реальні явища, а не їх природа, вирішують, чи можна ці явища дослідити тим чи тим математичним методом.

Абстрактність понять математики створює широкі можливості використання мови символів. Тому другою особливістю математики є наявність знакової символіки. Математичні символи є матеріалізованим утіленням відповідних математичних понять. Наскільки кожне математичне поняття відображає дійсність, настільки відповідний символ містить об'єктивний зміст. Математична символіка дає можливість записувати в компактній формі поняття, характеристики, їхні властивості. Найзнайоміша форма, в якій наше духовне життя виявляє свою символічну функцію (подання у знаках), – це мова. Щодо математики всі мови вважаються чимось зовнішнім, бо вербально виражені закономірності перекладають мовою математичних знаків. Математичні поняття, символи здатні прижитись у будь-якій мові. Математика може зовсім обійтись без слів. Не існує для неї мовних перешкод, бо її мова (як мова музики наприклад) зрозуміла для всіх людей світу. Окрім того, не всі символи мають мовну природу (знаки для окремих чисел, операцій і т.п.).

В інженерній справі також широко використовують символи і знаки. Тому за допомогою математики майбутній інженер повинен вчитися мислити за допомогою певних символів, закодовувати і розкодовувати їх значення, виявляти їх прихований зміст тощо.

Ще однією особливістю математики є існування аксіоматичного і конструктивного методів побудови математичних теорій. Тому в математиці, на відміну від емпіричних наук, правильність основної частини її положень не піддається експериментальній перевірці. У цій науці панує логічний метод доведення, що опирається на деякі апріорні знання. Математика як наука побудована на міцному фундаменті такого апріорного знання, що носить дослідницький характер. Спочатку формується пласт неявних онтологічних передумов, що відносяться до розуміння світу загалом (уявлення про тривимірність простору, про єдність світу тощо), потім на цьому фундаменті будуються будь-які знання конкретної особи, а вже пізніше формується пласт неявного апріорного знання, що має особливе значення для занять математикою. Таке знання має вигляд неформалізованих у математиці понять (кількість, множина, точка тощо). Загалом же неявні математичні знання сьогодні, завдяки математизації пошукових процесів, дедалі більше стають основою технічного мислення.

Математичний метод ототожнюється з особливим методом міркувань, що містить ряд компонентів (рис.2). При повсякденному мисленні люди зазвичай не дотримуються формальних правил логіки (вони використовують свої власні недосконалі правила). Математичне мислення, як уже наголошувалось, послуговується лише правилами формальної логіки, тому це в першу чергу відрізняє математичне мислення від будь-якого іншого. Математична діяльність немислима без використання таких логічних прийомів, як порівняння, аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення. Їх поєднання завжди присутнє в математичному мисленні, тому вивчення математики сприяє формуванню навиків мислення засто-

совувати такі операції, що в подальшому прислужаться людині в будь-якій мисленнєвій діяльності, в зокрема технічній.



Рис.2. Складові компоненти математичного мислення

При повсякденному мисленні люди зазвичай не дотримуються формальних правил логіки (вони використовують свої власні недосконалі правила). Математичне мислення, як уже наголошувалось, послуговується лише правилами формальної логіки, тому це в першу чергу відрізняє математичне мислення від будь-якого іншого. Математична діяльність немислима без використання таких логічних прийомів, як порівняння, аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення. Їх поєднання завжди присутнє в математичному мисленні, тому вивчення математики сприяє формуванню навиків мислення застосовувати такі операції, що в подальшому прислужаться людині в будь-якій мисленнєвій діяльності, в зокрема технічній.

Однак неможливо суто логічно обґрунтувати математичне мислення, оскільки неможливо суто логічно визначити всі математичні поняття і психологічно неможливо проводити логічні операції без звернення до інтуїції. Зокрема, безсумнівним є незалежність психологічних властивостей аксіом від їх логічних властивостей. Математик, філософ, психолог Д. Д. Мордухай-Болтовський зауважує: «Інтуїція, а не формальна логіка з логічними позначеннями, являє собою ті крила, на яких ми відлітаємо у найвіддаленіші сфери абстракції» [10, с.51]. Отже, загальноновизнаним є той факт, що в математичному мисленні поряд із «свідомою логікою» функціонують неусвідомлені мисленнєві акти. До таких належать неявні знання та інтуїтивні знахідки (здогадки). Отже математичне мислення можна трактувати як майданчик, де навчаються здогадуватись, а відтак перевіряти здогадки при розв'язанні технічних проблем.

Числовий компонент полягає в утворенні числових характеристик та вмінні їх інтерпретувати: вмінні з отриманих числових даних виявити певну якісну характеристику і, навпаки, вмінні перевести ту чи ту якісну характеристику в правильні числові співвідношення. Кількість може ма-

ти вирішальне і побічне значення при розв'язанні технічних задач, тому вміння оперувати числовими даними важко переоцінити.

Просторовий компонент математичного мислення – ще один його складник. Варто зауважити, що людині досить важко мислити лише за допомогою логічних посилянь. Вона відчуває велике полегшення, коли паралельно до них вдається залучити відповідні геометричні образи. Особливості просторового компонента в математичному мисленні полягають у розумінні просторових математичних фігур, образів, комплексів і у вмінні ними оперувати. До такого оперування слід віднести: просторове абстрагування (виділення загального, спільного), просторове комбінування (знаходження зв'язків і відношень об'єктів у просторі) тощо. Це повною мірою можна віднести до мислення майбутнього інженера.

Саме такі складники і ще ряд інших (як, наприклад, економічна доцільність, дотримання техніки безпеки тощо) включає в себе мисленнєвий процес інженера. Тому доведене до якісного рівня математичне мислення служить якісному технічному мисленню [9]. Тобто з-поміж завдань вивчення математики в технічному виші мусить бути і завдання формувати в майбутнього інженера математичне мислення високого рівня.

Психологічна сутність математичного мислення. Вся історія математики – це історія розв'язання творчих задач, в яких знання постають у проблемній формі, вплітаються в евристичний ряд ходів і прийомів думки.

Аналізуючи результати наших експериментальних даних, розділімо процес розв'язання математичних задач на три етапи: вивчення умови задачі, формування гіпотези розв'язку та її перевірку [8]. Крім того, у розв'язанні кожної задачі ми виділятимемо три процеси: процес розуміння задачі, процес формування гіпотези розв'язку, процес апробації гіпотез, які ми проаналізуємо в окремих розділах роботи. При цьому наголосимо, що мова йде не про три послідовні процеси розв'язання творчих математичних задач. Це радше три процеси, що лише деколи проходять у послідовному порядку. Частіше – це три паралельні процеси, що переплітаються один з одним у найрізноманітніших комбінаціях. Спираючись один на одного, вони сприяють розвиткові кожного. Все ж вони мають цілісну характеристику і значущість, що дає змогу говорити про кожний із них як самостійний процес творчої математичної діяльності, який існує при розв'язанні творчих математичних задач.

Розуміння при розв'язанні математичних задач пов'язане з правильним розпізнаванням структури задачі і функціональних можливостей складових елементів задачі, віднесенням їх до певної математичної категорії. Для розуміння структури слід також виявити взаємодію між елементами. Тому є сенс говорити про розуміння умови математичної задачі. А що у процесі розв'язання шуканий розв'язок весь час конкретизують, постійно зіставляють з умовою, правомірно виділяти розуміння розв'язку як такого. При цьому розуміння розв'язку є продовженням розуміння умови і навпаки.

Когнітивний складник (знання, попередній досвід, суб'єктивні системи смислів, словниковий запас) є основою процесу розуміння. Знання в першу чергу належать до факторів, що впливають на розуміння. Ю. К. Корнилов убачає головну суть розуміння у пізнавальній взаємодії системи знань суб'єкта з інформацією, яку він отримує [6]. Зв'язок між знаннями й розумінням досить складний. З одного боку відсутність достатнього рівня знань унеможливорює розуміння тієї чи тієї інформації, з другого – обсяг знань у певній галузі автоматично не забезпечує повноцінного розуміння інформації. Розуміння спирається, по-перше, на актуалізовані знання, по-друге, на знання, відібрані певним чином. Назагал психологи розглядають два аспекти: роль розуміння в процесі засвоєння нових знань і роль набутих знань у процесі розуміння нового (явища, процесу, знання тощо).

Розуміння – це оволодіння новим, невідомим на основі старого, відомого. Воно не зводиться до відтворення раніше пізнаного, а є процесом подальшого збагачення знань через розкриття нових для суб'єкта зв'язків між речами. Тому що повніше при пізнанні нових об'єктів використовують знання, якими володіє суб'єкт, то глибше буде розуміння цих об'єктів. Здобуті в результаті мисленнєвої діяльності додаткові знання про предметний світ стають основою для того, щоб у суб'єкта з'явилося точніше розуміння світу. Неадекватність знань об'єктивної реальності веде до хибного розуміння дійсності.

Розуміння як один із компонентів пізнання пов'язане не так з процедурами здобуття нового знання, як з процедурами його осмислення. Формування пізнавального ставлення суб'єкта до об'єктивного змісту того фрагмента дійсності, який опановують, породження операційного змісту знання про нього – це і є процес розуміння.

Засвоєння будь-якої нової інформації відбувається як досягнення її смислу шляхом зіставлення нової інформації зі знаннями, якими володіє суб'єкт. Відбір інформації, що потрібна для досягнення мети, часто залежить від того, наскільки добре суб'єкт орієнтується у просторі задачі. Тобто, асоціації, спираючись на результати операцій процесу розуміння умови задачі, на певне її переформулювання, актуалізують певну групу знань. Тут розуміння – це актуалізація цих зв'язків, актуалізація асоціацій, що відповідають найсуттєвішому в предметах. Зрозуміти – це співвіднести нове з уже знайомим, тобто утворити нові зв'язки.

Що стосується творчих завдань, то, як зауважують М. Д. Мамфорд і С. Б. Густавсон, творчість більшою мірою «пов'язана з інформацією, що здається нерелевантною для розв'язання цієї задачі» [11, с.30]. В цьому випадку переформулювання задачі часто базується на латеральному мисленні – «мисленні навкруги задачі». У людей з великим обсягом знань активізується значно більше інформації, а здатність її використовувати дозволяє їм творити за межами того, чого їх вчили, тобто за межами досвіду. І, навпаки, відсутність мінімуму знань, потрібних для роз-

гортання процесу розуміння, гальмує будь-який мисленнєвий процес (творчий зокрема).

Вплив досвіду на розуміння також неоднозначний. Нова інформація, що міститься в задачі, накладаючись на власний досвід суб'єкта, викликає з його пам'яті подібну задачу. Це може статися в результаті спеціальних мисленнєвих дій, спрямованих на пошук у власному досвіді подібної задачної ситуації (чи хоча б частини її). Якщо віднайдений еталон справді відповідає новій задачі, то це прискорює й поглиблює розуміння нового. Якщо ж подібність не суттєва і це не виявлено досліджуванним, то такий стан речей може привести до хибного розуміння, надовго пригальмувати пошуковий процес.

Усе це є надбанням суб'єктивного досвіду того, хто розв'язує. Однак такі алгоритми діють лише за певних умов, які слід враховувати щоразу. Відомий алгоритм розв'язання може «виступити» з досвіду так потужно, що замінить собою реальну картину співвідношень між математичними об'єктами і, звісно, негативно вплине на стан розуміння задачі. В літературі, що аналізує процес розуміння, наголошується, що для успішного його перебігу необхідно, щоб суб'єктивні знання були організовані в особливу систему – суб'єктивну систему смислів, яка щоразу повертається тим чи тим боком залежно від предмета розуміння [1]. Суб'єктивна організація знань породжує різне бачення одного і того самого явищу різних людей. У цій системі одні і ті самі явища, об'єкти в різних людей мають різні зв'язки. Проілюструймо це:

*Задача.* Обчислити довжину дуги АВ лінії, що задається рівнянням  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ , якщо А(2;1), В(1;2).

Для одних студентів це завдання на обчислення довжини дуги (будь-якої), що має аналітичний запис, початкову й кінцеву точки. Тому вони шукають довжину за допомогою інтеграла. При цьому одна група студентів визначає шукану довжину лінії за допомогою криволінійного інтеграла, інша – за допомогою звичайного визначеного інтеграла. Поряд із цим ряд студентів зауважив, що запис  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  у задачі можна трактувати як рівняння кола з центром у точці (1;1) і радіусом, що дорівнює 1, на якому розміщені точки А і В. Лише після такого розуміння умови задачі можна переформулювати її завдання як вимогу знайти величину четвертої частини довжини кола з радіусом, що дорівнює 1.

Тобто, ми спостерігаємо принаймні три системи смислів: довжина дуги – криволінійний інтеграл; довжина дуги – звичайний визначений інтеграл; довжина дуги – четвертина довжини кола з відомим радіусом. На цій основі існує три правильні, але різні за змістом стани розуміння однієї і тієї самої задачі. При цьому в перших двох випадках студенти активізували знання, ближчі за часом їх здобуття (за час навчання у виші), а в третьому випадку – віддаленіші (за час навчання у школі).



Що стосується операційного компонента розуміння творчих математичних задач, то проведений аналіз дає підстави стверджувати, що він забезпечує оперування знаннями наявними, якими володіє суб'єкт, зіставленням нової інформації з наявною системою знань, засвоєнням нової інформації. Крім того, він забезпечує висування й селекціонування гіпотез. Процес розуміння частіше описують за допомогою тих самих операцій, що й будь-який мисленнєвий процес.

Центральним моментом у розв'язанні задачі є відшукування шляхів (методів, принципів) або основного способу її розв'язання. Їх ідея виникає у вигляді гіпотези, яка являє собою «...випереджуючий синтез або задум можливого розв'язання, що опирається на попередній аналіз умови задачі» [7, с.228]. Етап формування розв'язку розпочинається з висування гіпотези стосовно принципів розв'язання. У процесі розв'язання нової задачі гіпотеза розв'язку виступає як загальна схема, що визначає послідовність її розв'язання. Ця послідовність складається в ході самого розв'язання задачі і є внутрішнім планом дій, що дає змогу здійснювати послідовні мисленнєві перетворення об'єкта, зіставляти отримані результати з тим, що задано, контролювати процес мислення.

Проведене дослідження підтверджує, що успішність пошукових дій дослідників залежить від рівня їхніх знань і попереднього досвіду (когнітивного компонента мислення). Так, як і в процесі розуміння, відсутність належного рівня знань унеможливує відшукування правильного розв'язку творчої математичної задачі. Адже творча задача має своєю ознакою замасковані в початковій позиції орієнтири, які призводять суб'єкта до розв'язку, тому його завдання при формуванні гіпотези розв'язку в першу чергу зводиться до відшукування таких орієнтирів.

Крім того, будь-яка математична задача так чи так пов'язана з теоретичними фактами: теоремами, формулами, означеннями тощо. Що більшою мірою знання суб'єкта, який розв'язує математичну задачу, обтяжені такою інформацією, то легше йому орієнтуватись у просторі задачі і виявляти замаскований зв'язок між умовою й вимогою. Отже пошук розв'язку математичної задачі – це процес прокладання магістральної лінії через суб'єктивну систему математичних знань, яку прокладають від умови до вимоги, що разом зі структурними елементами задачі ввійшли до цієї системи.

Отже, на певному етапі розуміння умови математичної задачі, коли складено деяке суб'єктивне уявлення про її зміст – утворено суб'єктивну модель проблемної ситуації, описаної задачею, під впливом суб'єктивних математичних знань, досвіду, навичок виникає певне первинне поняття розв'язку конкретної математичної задачі. Воно є за змістом суб'єктивним баченням об'єктивних вимог, які висуває задача, і об'єктивних умов для забезпечення цих вимог. Процес формування гіпотези розв'язку творчої математичної задачі, базуючись на певному рівні математичних знань, є, з одного боку процесом поетапного переформу-

вання та переосмислення таких знань, з другого – процесом здобування нових знань. Адже в разі невідповідності суб'єктивної системи знань при формуванні розв'язку суб'єкт спрямовує свої розумові дії на детальніше вивчення умови задачі (її розуміння): на вивчення більшої кількості, іншої якості взаємозв'язків між структурними елементами задачі і теоретичними фактами, тобто на переосмислення актуалізованих математичних знань. У той же час формування гіпотези розв'язку – це віднайдення, створення нового математичного факту, тобто утворення нового математичного знання, яке займе своє місце в суб'єктивній системі знань.

Особливо важливим у процесі формування гіпотези розв'язку творчих математичних задач є досвід. Він висуває критерії значущості розпочатого процесу формування гіпотези розв'язку. В результаті вивчення умови виникає ряд образів, асоціацій, прогнозів. У пошуковому процесі деякі з них набувають ролі орієнтирів, які спричинюють виникнення різноманітних гіпотез. Вони спочатку мають досить розсіяний характер і, стосуючись задачі, часто бувають прямо протилежними між собою за властивостями. Під дією основного завдання, основного питання задачі відбувається певна мисленнева апроксимація таких мисленневих продуктів: досить віддалені відкидаються, близькі між собою «розвертаються» – виникає первинне поняття про розв'язок, що сприяє утворенню деякого напрямку міркувань, аж до утворення основного напрямку (деколи їх утворюється кілька), що і визначає провідну ідею цього етапу розв'язання (або кілька ідей). Подальша пошукова діяльність підпорядковується провідній ідеї. Процеси асоціювання, прогнозування продовжують існувати, але в межах провідної ідеї вони сприяють наповненню її змістом, тобто конкретизації первинного поняття про розв'язок.

За певний час на основі мисленневих операцій провідна ідея наповнюється деталями, різними функціональними взаємозв'язками. На етапі формування гіпотези розв'язку такі образи пов'язані з уявленням структурних елементів конкретної задачної ситуації. Наприклад, виникають образи геометричних фігур, про які йдеться в задачі, чи образ графіка функції з характерною для цієї задачі властивістю (графік функції, що зростає). Часто зорові образи відіграють допоміжну роль, але не тільки.

Мислення людини не працює за суворими логічними принципами, навіть якщо вона займається математичною діяльністю. Може статися, що на основі суворих статистичних даних вона може дійти абсурдних висновків: замінити одну причину іншою, переставити причину і наслідок, недоврахувати випадковості, скласти хибне уявлення про існування кореляції там, де її немає, і т.д. Тому для повноцінної характеристики творчого математичного мислення слід провести аналіз апробаційних дій, спрямованих на різноманітні математичні гіпотези.

Через неможливість повною мірою контролювати всі можливі наслідки з кожного логічного кроку (адже психічні зусилля сконцентровано

навколо пошуку розв'язку), через необхідність інтерпретації кількісних характеристик, через допустимість використання в пошуковому математичному процесі методів, що не є загальними, через наявність неусвідомлених актів у математичному мисленні в методиках навчання математики передбачено формування психологічної готовності перевіряти отриманий математичний результат.

Процес апробації, як і два попередні, не має чіткої межі, не має певного початку відліку в пошуковому процесі. Зате існує «місце» найбільшої концентрації пошукових дій, спрямованих на апробацію отриманого результату. Як правило, це настає тоді, коли в суб'єкта вже склалось уявлення про математичний об'єкт чи набір логічних кроків, що можуть задовольнити математичну задачу (сформувалось поняття розв'язку), тобто на етапі перевірки сформованої гіпотези розв'язку. Органічно вплітаючись у пошуковий процес, апробація проміжних мисленневих гіпотез значною мірою корегує його [11]. Усі гіпотези, що виникають, піддаються апробації. Якщо згадати, що ряд гіпотез спрямовується на з'ясування взаємозв'язків, сутності структурних елементів, їх властивостей, то стає очевидним, що апробація як така має своє місце ще на етапі вивчення умови, тобто в процесі розуміння творчої математичної задачі. В цьому випадку апробація мисленневих результатів – допоміжний акт, інструмент процесу розуміння, але не другорядна процедура. А що розуміння часто базується на порівнянні, а еталон порівняння вибирають з багатьох можливих, то операція порівняння переходить у процес апробації відібраного елемента. Так проходить селекціонування структурних елементів – перший мікроетап процесу апробації. Якість такої апробації певною мірою визначає якість розуміння задачі, а якість самої апробації визначається станом розуміння.

Слід підкреслити, що така апробація, як і всі мисленневі дії, сприяє формуванню деякої моделі проблемної ситуації, описаної задачею. Пізніше, коли така модель вже функціонує, апробаційні дії виконують у межах цієї моделі. Зокрема, на етапі формування гіпотези розв'язку, коли з-поміж багатьох гіпотез відбирають провідну ідею, цьому також сприяє апробація. Саме завдяки їй відкидають одні гіпотези, а з найближчих формують магістральний рух думки. Тому селекціонування гіпотез можна вважати другим мікроетапом процесу апробації. В подальшому пошуковий процес спрямовують на наповнення деталями провідної ідеї, а в процесі апробації настає третій мікроетап: дослідження нових структурних елементів та їх властивостей.

Апробаційні дії активізуються в процесі побудови логічних кроків, якими наповнюється провідна ідея. Тепер апробовується доцільність використання певного елемента на основі конкретних властивостей, актуалізованих конкретних теоретичних фактів, новоутворених структурних елементів. Дослідженню на корисність для провідної ідеї піддають отримані мікронаслідки з кожного логічного кроку. В цьому випадку за-

вдяки апробації, яка переходить на четвертий мікроетап (дослідження мікронаслідків логічних кроків), відкидають нерезультативні мисленнєві дії. І, навпаки, формальна, неякісна апробація проміжних ланок веде до «ходіння колами» навколо раціональної ідеї, що не може сформуватись у повноцінну гіпотезу розв'язку. Тобто апробаційні дії беруть активну участь у формуванні та наповненні змістом первинного поняття розв'язку впродовж усього процесу формування гіпотези розв'язку творчої математичної задачі. Завершується апробаційний процес перевіркою і дослідженням гіпотези розв'язку.

Нова система знань, що утворилася в результаті формування гіпотези розв'язку, стає складовою частиною психологічного механізму, який спрямовує подальшу діяльність суб'єкта на апробацію якості мисленнєвої математичної моделі проблемної ситуації, яка описана задачею і створена в результаті пошукових дій на попередніх етапах. Тобто, сформовану гіпотезу розв'язку творчої математичної задачі в межах діючої моделі виводять за ці межі, щоб з'ясувати, наскільки вона вписується між умовою і вимогою, відповідає їм. Тому, завершивши формування гіпотези розв'язку, суб'єкт, як правило, апробовує її: перевіряє на відповідність умові, з'ясовує, наскільки вона задовольняє вимогу задачі.

Такі дії є основою етапу перевірки творчого математичного мислення, на якому завершується формування уявлення про розв'язок конкретної математичної задачі. Саме тепер виникле раніше нечітке уявлення розв'язку (на етапі вивчення умови задачі) і наповнене математичним змістом аж до утворення гіпотези розв'язку (впродовж етапу формування гіпотези розв'язку), набувши суб'єктивного переконання відповідно до умов й вимоги (на етапі перевірки), перетворюється для суб'єкта на розв'язок поставленої перед ним математичної задачі. Таке суб'єктивне переконання настає в результаті зіставлення параметрів гіпотези розв'язку з тими параметрами, яких вимагають у математичному завданні. Цими параметрами є структурні елементи, їх функції та математичні теоретичні факти.

Дослідники відзначають, що важливим моментом процесу апробації будь-якої гіпотези є момент настання суб'єктивної впевненості в її правильності (або неправильності). Цю впевненість можна вважати суб'єктивним критерієм перевірки, бо саме вона скеровує процес апробації впродовж усього розв'язання. Тобто, хай на що спрямована апробація у творчому математичному мисленні: на будь-яку проміжну гіпотезу, на кінцеву гіпотезу розв'язку, вона завжди завершується з настанням суб'єктивної впевненості в достовірності того чи того висновку. Отже, операції, спрямовані на апробацію математичних гіпотез, існують впродовж усього процесу розв'язання творчих математичних задач – від процесу розуміння задачі до настання суб'єктивної впевненості у правильності сформованої гіпотези розв'язку. При розв'язанні творчих математичних задач етап перевірки сформованої гіпотези розв'язку забезпе-

чує оцінку цієї гіпотези, апробує її і, в разі потреби, доформовує нечітку, не до кінця розроблену гіпотезу, тобто сприяє конкретизації й деталізації уявлення про розв'язок і, формуючи суб'єктивну впевненість у правильності розв'язку, перетворює його з гіпотези на власне розв'язок, завершує його пошук. Зміст перевірки творчих математичних задач залежить від основного завдання задач – перевірка може бути і формальним рутинним етапом пошукового процесу, і творчим процесом, що продовжує чи доповнює пошуковий процес, спрямований на знаходження розв'язку.

Головна сутність етапу перевірки – це порівняльна взаємодія здобутку знань (той математичний результат, якого вдалось досягти) із суб'єктивною системою знань. Когнітивна функція, що, як відомо, має на меті здобувати певні знання, у процесі апробації стосується з'ясування умов достовірності розв'язку. Внаслідок цього здобуті в пошуковому процесі знання стають частиною внутрішнього світу особистості і регулюють подальші дії: пошуковий процес може припинитись, якщо суб'єкт отримав інформацію про відповідність отриманого розв'язку; продовжитись, якщо не існує такої відповідності.

У процесі апробації відбуваються поетапний відбір знань та оцінювання отриманого результату щодо таких знань. Механізми апробації складаються з мисленневих дій, що в першу чергу спрямовані на відбір готових знань, зіставлення гіпотези розв'язку з ними та оцінкою міри відповідності. В цьому випадку попередній досвід особи, її знання є передумовою таких дій. А їх відбір – це ознака стану розуміння задачі й розуміння змісту тих необхідних дій, які потрібні для якісної перевірки.

Висновки. Розгорнута характеристика математичного мислення дає підстави стверджувати, що вивчення математики в технічному виші, озброюючи майбутнього інженера математичними знаннями, може і повинно прислужитися і для формування багатьох складників його мисленневого процесу.

### *Література*

1. Бурбаки Н. Архитектура математики / Н. Бурбаки. – М.: Знание, 1972. – 32 с.
2. Вейль Г. Математическое мышление / Г. Вейль. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
3. Винер Н. Я – математик / Н. Винер. – М.: Наука, 1967. – 354 с.
4. Гнеденко Б. В. Математика и научное познание / Б. В. Гнеденко. – М.: Знание, 1983. – 64 с.
5. Клайн М. Математика. Поиск истины / М. Клайн. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
6. Корнилов Ю. К. Психологические проблемы понимания / Ю. К. Корнилов. – Ярославль: Изд-во Ярослав. ун-та, 1979. – 80 с.

7. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психологічний розвиток особистості / Г. С. Костюк. – К.: Радянська школа, 1989. – 108 с.
8. Мойсеєнко Л. А. Математичне мислення як предмет психологічних досліджень / Л. А. Мойсеєнко // Збірник наукових праць: філософія, соціологія, психологія. – Івано-Франківськ: Плай, 2002. – Вип. 7. – Ч. 1. – С. 213–225.
9. Мойсеєнко Л. А. Про формування творчого мислення як інноваційний метод навчального процесу / Л. А. Мойсеєнко, М. І. Дідора // Економіка освіти. Збірник наукових праць Науково-дослідницького центру «Економіка вищої освіти» НДІ Вищої освіти АПН України. – Тернопіль: Економічна думка, 2001. – Т.1. – С. 127–132.
10. Мордухай-Болтовский Д. Д. Философия, Психология. Математика / Д. Д. Мордухай-Болтовский. – М: Серебряные нити, 1998. – 552 с.
11. Mumford M.D. Creativity syndrome: Integration, application and innovation. Psychological Bulletin / M.D.Mumford, S.B.Gustafson. – 1988. – 27-43 p.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 25.10.2012 р.  
Рекомендовано до друку докт.психол.наук, професором Карпенко З.С.,  
акад. АПН України, докт.психол.наук, професором Моляко В.О. (Київ)*

## THINKING OF FUTURE ENGINEER IN THE STUDY OF MATHEMATICS

**L. A. Moyseenko, L. M. Shehda**

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas;*

*76019, Ivano-Frankivsk, str., 15;*

*ph. +380 (3422) 72-71-31; e-mail: math@nung.edu.ua*

*In this paper the authors justify the relevance of the study of mathematics to enhance the creative potential of future professionals in the technical field, which should ensure the development of innovative society, with opportunity to justify the formation of thinking student who is studying engineering, through the formation of high-quality mathematic thinking, considering the nature of mathematical thinking and distinguish its essential components that are part of the components of thinking engineer. Three mathematical thinking processes aimed at solving mathematical problems: the process of understanding the process of predicting, the process of testing, through the influence of which can achieve high quality of thinking of the future specialists addressing new technical problem.*

**Key words:** *mathematical thinking, technical thinking, logical component, intuitive component, the component symbol, numeric component, the spatial component.*